**Бойко Д.І.**
Харківський національний технічний університет сільського господарств ім. Петра Василенка

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ СИПКОГО МАТЕРІАЛУ ПО ПОВЕРХНІ ДИСКУ ЗМІШУВАЧА

*УДК 631.363.7*

Розглянуто рух сипкого матеріалу, який розташований на поверхні горизонтального диска заданого радіусу. що обертається навколо вертикальної осі з постійною кутовою швидкістю. Записав рівняння динаміки сипкого матеріалу в циліндричній системі координат через вирази тензорів швидкостей деформацій та напружень і після виділення їх головних членів отримали крайову задачу. Враховуючи граничні умови на вільній поверхні диска, представлено рішення задачі в вигляді полінома по змінній вертикальної осі і отримано систему звичайних диференційних рівнянь першого порядку, які описують рух сипкого матеріалу по поверхні горизонтального диска. В результаті рішення системи рівнянь числовим методом Рунге-Кутта побудовані залежності швидкостей руху сипкого матеріалу по поверхні диску змішувача від радіуса диска при різних значеннях кутової швидкості його обертання.

**Ключові слова:** математичне моделювання, рухомий диск, вертикальна вісь, змішувач, сипкий матеріал, траєкторії руху.

**Вступ.** Основними операціями при приготуванні сипких кормових сумішей, наприклад комбікормів, є дозування і змішування інгредієнтів, які, слідують одна за одною і кожна із них окремо в рівній мірі впливають на якість кінцевого продукту. Це пояснюється тим, що відхилення вмісту окремих інгредієнтів від заданої рецептом величини знижує кормову і біологічну поживності комбікорму, і призводить до порушення балансу мінеральних елементів в організмі тварин. Тому розробка і впровадження нових енергозберігаючих технологій приготування комбікормів і засобів їх механізації, які здатні значно знизити енергетичні витрати і підвищити якість кінцевого продукту є актуальною задачею. З цієї точки зору перспективним напрямком є створення нових конструкцій дозаторів-змішувачів, в яких необхідно передбачити виконання процесу дозування інгредієнтів і їх змішування одним робочим органом за рахунок механічної дії відцентрових сил.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Ротаційні робочі органи в яких технологічний процес відбувається завдяки дії відцентрових сил, отримали широке розповсюдження в машинах для внесення мінеральних добрив [1] та дозаторах і змішувачах сипких матеріалів [2, 3]. Робочі органи таких машин виконані в вигляді плоского диску, на поверхні якого розташовані лопатки або робочі канали прямолінійної чи криволінійної форми.

Найбільш фундаментально процес руху частинки сипкого матеріалу по ротаційнім поверхням розглянуті академіками П.М. Василенко [4] і П.М. Заїкою [5]. Однак в приведених дослідженнях при складанні математичної моделі руху частинки по ротаційній поверхні з прямолінійними і криволінійними лопатками автори приймали заздалегідь задані форми лопаток і їх розташування. В роботах В.В. Адамчука [6 - 8] також розглянуті задачі по визначенню відносної швидкості сходження частинки сипкого матеріалу із ротаційної поверхні диска із заданими параметрами лопаток. Крім того, в приведених задачах розглядався рух матеріальної частинки, а не рух суцільного сипкого середовища.

**Мета і завдання досліджень.** Розробити математичні моделі руху сипкого матеріалу по поверхні горизонтального диска, що обертається з постійною кутовою швидкістю. Отримати розподілення швидкостей частинок сипкого матеріалу по радіусу диска та побудувати траєкторії їх руху.

**Методи і результати досліджень.** Розглянемо рух сипкого матеріалу, розташованого на поверхні горизонтального диска, заданого радіусу $R_d$ і який обертається навколо вертикальної осі з постійною кутовою швидкістю $\Omega$ [9]. Сипкий матеріал поступає на поверхню диска з бункера $V_1$ через кільцеву щілину радіусом $R_0$ і шириною $H$ з деякою швидкістю, що визначається динамікою сипкого матеріалу в бункері і захоплюється диском з подальшим складним рухом його по поверхні диска (рис. 1).

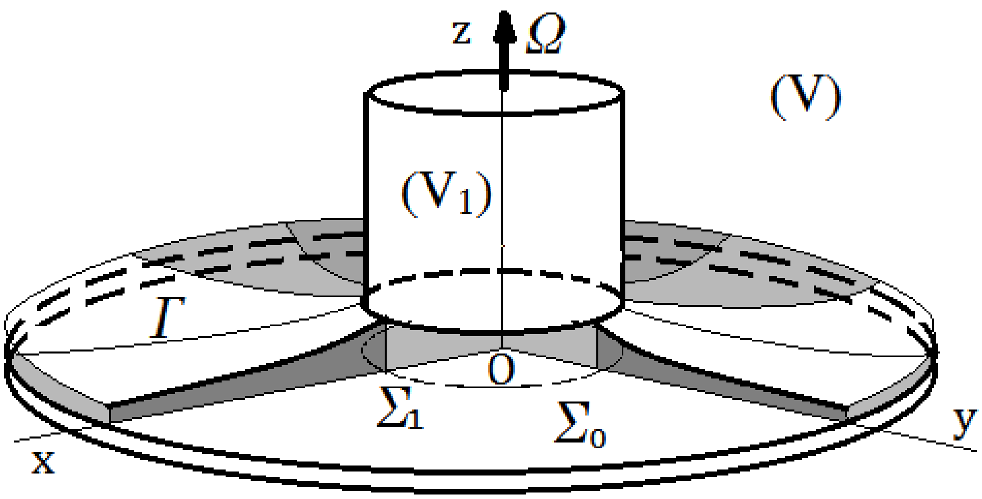



**Рис.1.Розрахункова схема дозувально-змішувального пристрою**

Введемо циліндричну систему координат $(r,\varphi,z)$ так, щоб вісь $O_z$ була спрямована уздовж осі обертання диска, а початок координат розташовувався на поверхні диска $\Sigma_0$. Розглядатимемо стаціонарний вісесиметричний рух середовища, коли усі характеристики не залежать від часу і полярного кута $\varphi$.

Вважатимемо, що сипкий матеріал рухається по поверхні диска тонким шаром. Розглядаємо всі співвідношення в розмірному вигляді, а особливості, пов'язані з малою товщиною шару, будемо відображати присутністю формального «малого» параметру $\varepsilon$, значення якого в подальшому приймемо рівним одиниці. Порядок цього параметра, що входить у відповідний доданок якогось рівняння, визначатиме порядок малості цього доданку. Формальні дії отримання наближених рівнянь динаміки сипкого матеріалу зводяться до заміни вертикальної складової швидкості $v_z$ на $\varepsilon v_z$ і похідної від якоїсь характеристики по змінній $z : \partial / \partial z$ на вираження $\partial / \varepsilon\partial(z)$.

Для запису рівнянь динаміки сипкого матеріалу в циліндричній системі координат скористаємося виразами тензорів швидкостей деформацій і напруги в цій системі координат. Так тензор швидкостей деформацій набирає вигляду [12, 14, 15]

$$\hat{V} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial v_r}{\partial r} & \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \dfrac{v_\varphi}{r}\right) & \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial v_r}{\varepsilon\partial z} + \varepsilon\dfrac{\partial v_z}{\partial r}\right) \\ \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial v_\varphi}{\partial_r} - \dfrac{v_\varphi}{r}\right) & \dfrac{v_r}{r} & \dfrac{1}{2\varepsilon}\dfrac{\partial v_\varphi}{\partial z} \\ \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial v_r}{\varepsilon\partial z} + \varepsilon\dfrac{\partial v_z}{\partial v}\right) & \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial v_\varphi}{\partial z} & \dfrac{\partial v_z}{\partial z} \end{pmatrix}, \tag{1}$$

а компоненти тензору напружень, які мають порядок $0(\varepsilon^{-1})$, $0(\varepsilon^{-2})$, можна представити в наступному вигляді

$$\sigma_{11} = -\frac{\alpha\beta}{\varepsilon^2}\left(\frac{\partial \nu}{\partial r}\right)^2, \quad \sigma_{12} = 0, \quad \sigma_{13} = -\frac{2\alpha}{\varepsilon}\frac{\partial \nu}{\partial r}\frac{\partial \nu}{\partial z} + \frac{\mu}{\varepsilon}\frac{\partial \nu_r}{\partial z}$$
$$\sigma_{22} = -\frac{\alpha\beta}{\varepsilon^2}\left(\frac{\partial \nu}{\partial z}\right)^2, \quad \sigma_{23} = \frac{\mu}{\varepsilon}\frac{\partial \nu_\varphi}{\partial z}, \quad \sigma_{33} = \frac{\alpha(\beta+2)}{\varepsilon^2}\left(\frac{\partial \nu}{\partial z}\right)^2. \tag{2}$$

Після виділення головних членів в співвідношеннях отримаємо наступну крайову задачу. Граничні умови на вільній поверхні $\Gamma : (z = F(r))$ приймуть вигляд

$$\nu_z(r, F(r)) = \nu_r(r, F(r))\frac{dF(r)}{dr}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\nu = 0 \qquad (z = F(r)) \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\nu_r = 0 \qquad (z = F(r)), \tag{5}$$

$$\frac{\partial \nu_\varphi}{\partial z} = 0 \qquad (z = F(r)). \tag{6}$$

Відповідна умова на дні потоку $\Sigma_0 : (z = 0)$

$$\frac{\mu}{\varepsilon}\frac{\partial}{\partial z}\nu_r - \frac{f_\nu \alpha(\beta+2)}{\varepsilon^2}\left(\frac{\partial}{\partial z}\nu\right)^2 \frac{\nu_r}{\sqrt{\nu_r^2 + (\nu_\varphi - \Omega r)^2}} = 0 \qquad (z = 0), \tag{7}$$

$$\frac{\mu}{\varepsilon}\frac{\partial}{\partial z}\nu_\varphi - \frac{f_\nu \alpha(\beta+2)}{\varepsilon^2}\left(\frac{\partial}{\partial z}\nu\right)^2 \frac{\nu_\varphi - \Omega r}{\sqrt{\nu_r^2 + (\nu_\varphi - \Omega r)^2}} = 0 \qquad (z = 0). \tag{8}$$

Проекція рівняння руху на радіальний напрямок з точністю до членів порядку $O(\varepsilon^{-2})$ приводиться до рівняння

$$\left(-2(\beta+1)\left(\frac{\partial}{\partial z}\nu\right)\frac{\partial^2}{\partial z \partial r}\nu - 2\left(\frac{\partial}{\partial r}\nu\right)\frac{\partial^2}{\partial z^2}\nu\right)\alpha + \mu\frac{\partial^2}{\partial z^2}\nu_r = 0. \tag{9}$$

А проекції на трансверсальний і осьовий напрямок циліндричної системи координат дають вираз

$$\frac{\mu}{\varepsilon^2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\nu_\varphi = 0, \tag{10}$$

$$-\frac{2}{\varepsilon^4}\alpha(\beta+2)\frac{\partial}{\partial z}\nu\frac{\partial^2}{\partial z^2}\nu - \frac{1}{\varepsilon}\rho g \nu = 0. \tag{11}$$

Рівняння нерозривності в даному випадку матиме вигляд

$$\frac{\partial}{\partial r}\nu V_r+\frac{\nu V_r}{r}+\frac{\partial}{\partial z}\nu V_z+\frac{\nu V_z}{z}=0\,. \tag{12}$$

Скористаємося представленням рішень у вигляді поліномів по змінній $z$ так, щоб виконувались граничні умови (3) - (6). Відповідне представлення рішень тоді матиме вигляд

$$\begin{aligned}
&\nu(r,z)=\nu_0+N(r)\left(1-\frac{z}{F(r)}\right)^2\\
&\nu_r(r,z)=U_0(r)+N(r)\left(1-\frac{z}{F(r)}\right)^2\,.\\
&\nu_\varphi(r,z)=V_0(r)\\
&\nu_z(r,z)=U_0(r)\frac{dF(r)}{dr}\frac{z}{F(r)}
\end{aligned} \tag{13}$$

Тоді рівняння (10) виконується автоматично. Підставимо співвідношення (13) в рівняння (7) - (12). Зінтегруємо співвідношення (9), (11), (12) по змінній $z$ в межах від 0 до $F(r)$. Отримаємо

$$\frac{4\alpha\beta N^2}{3F^2}\frac{d}{dr}F-\frac{4\alpha(2\beta+3)N}{3F}\frac{d}{dr}N+\frac{2\mu}{F}U=0\,, \tag{14}$$

$$4\frac{\alpha(\beta+2)N^2}{F^2}-\frac{\rho gNF}{3}-\rho g\nu_0F=0\,, \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{\nu_0\left(3F^2Ug\rho+5F^2U_0g\rho+20U\sqrt{A_1}+60U_0\sqrt{A_1}\right)}{60\sqrt{A_1}}+\frac{F(3U+5U_0)\sqrt{A_1\varepsilon}}{15\alpha(\beta+2)}\right)\frac{d}{dr}F+\\
&+\left(\frac{\nu_0}{2}F+\frac{\sqrt{A_1}F^2}{10\alpha(\beta+2)}\right)\frac{d}{dr}U+\\
&+\left(\nu_0F+\frac{\sqrt{A_1}F^2}{6\alpha(\beta+2)}\right)\frac{d}{dr}U_0+\frac{\nu_0F(U+3U_0)}{3r}+\frac{F^2\left(3U+5U_0\sqrt{A_1}\right)}{30(\beta+2)ra}=0
\end{aligned}\,. \tag{16}$$

де $A_1=A_1(r)=\alpha g\nu_0\rho(\beta+2)F(r)$.

Рівняння (15) можна розглядати як квадратне рівняння відносно $N=N(r)$, яке має два рішення. Із двох рішень вибираємо те, яке відповідає фізичній сутності - $\nu(r,z)$, тобто зменшується із зростанням $z$. Відповідний вираз з точністю $O(\varepsilon^{-2})$ для $N(r)$ матиме вигляд

$$N(r)=\frac{\sqrt{F(r)\alpha\varepsilon g\nu_0\rho(\beta+2)}\varepsilon F(r)}{2\alpha(\beta+2)}\,. \tag{17}$$

Здиференціюємо рівняння (7), (8) по змінній $r$. Отримаємо два додаткові рівняння, які мають перші похідні функцій $U_0(r), U(r), V_0(r), F(r)$ по змінній $r$. Тоді рівняння (16), (14) разом з отриманими в результаті здиференційованих рівнянь (7), (8) складуть собою систему звичайних диференційних рівнянь першого порядку відносно змінних $U_0(r), U(r), V_0(r), F(r)$

$$\begin{cases} \alpha_{11}\dfrac{dU_0}{dr} + \alpha_{12}\dfrac{dU}{dr} + \alpha_{13}\dfrac{dV_0}{dr} + \alpha_{14}\dfrac{dF}{dr} = f_1 \\ \alpha_{21}\dfrac{dU_0}{dr} + \alpha_{22}\dfrac{dU}{dr} + \alpha_{23}\dfrac{dV_0}{dr} + \alpha_{24}\dfrac{dF}{dr} = f_2 \\ \alpha_{31}\dfrac{dU_0}{dr} + \alpha_{32}\dfrac{dU}{dr} + \alpha_{33}\dfrac{dV_0}{dr} + \alpha_{34}\dfrac{dF}{dr} = f_3 \\ \alpha_{41}\dfrac{dU_0}{dr} + \alpha_{42}\dfrac{dU}{dr} + \alpha_{43}\dfrac{dV_0}{dr} + \alpha_{44}\dfrac{dF}{dr} = f4 \end{cases}, \tag{18}$$

де ненульові коефіцієнти матриці $A = \{a_{ik}\}_{ik=1}^{4}$ і праві частини $f = (f_1, f_2, f_3, f_4)$ дорівнюють

$$a_{1,1} = \nu_0 Y_4 + \frac{\sqrt{A_1}Y_4^2}{6\alpha(\beta+2)}, \qquad a_{1,2} = \frac{\nu_0}{3}Y_4 + \frac{\sqrt{A_1}Y_4^2}{10\alpha(\beta+2)},$$

$$a_{1,4} = \frac{\nu_0\left(3Y_4^2Y_2g\rho + 5Y_4^2Y_1g\rho + 20Y_2\sqrt{A_1} + 60Y_1\sqrt{A_1}\right)}{60\sqrt{A_1}} + \frac{Y_4(3Y_2 + 5Y_1)\sqrt{A_1}}{15\alpha(\beta+2)},$$

$$a_{2,4} = -\frac{Y_4 g\nu_0\rho}{2(\beta+2)} - \frac{Y_4 g\nu_0\rho(2\beta+3)}{3(\beta+2)},$$

$$a_{3,1} = \frac{(\beta+2)Y_4 g\nu_0\rho(Y_1+Y_2)f(2Y_1+2Y_2)}{2\left((Y_1+Y_2)^2 + (Y_3-\Omega r)\right)^{3/2}(\beta+2)} - \frac{(\beta+2)Y_4 g\nu_0\rho f}{\sqrt{(Y_1+Y_2)^2 + (Y_3-\Omega r)^2}\,(\beta+2)},$$

$$a_{3,2} = -2\frac{\mu}{Y_4} + \frac{Y_4 g\nu_0\rho(Y_1+Y_2)f_\nu(Y_1+Y_2)}{\left((Y_1+Y_2)^2 + (Y_3-\Omega r)^2\right)^{3/2}} - \frac{Y_4 g\nu_0\rho f_\nu}{\sqrt{(Y_1+Y_2)^2 + (Y_3-\Omega r)^2}},$$

$$a_{3,3} = \frac{Y_4 g\nu_0\rho(Y_1+Y_2)f_\nu(Y_3-\Omega r)}{\left((Y_1+Y_2)^2 + (Y_3-\Omega r)^2\right)^{3/2}}, \qquad a_{3,4} = 2\frac{\mu Y_2}{Y_4^2} - \frac{g\nu_0\rho(Y_1+Y_2)f_\nu}{\sqrt{(Y_1+Y_2)^2 + (Y_3-\Omega r)^2}},$$

$$a_{41} = \frac{(Y_3-\Omega r)Y(4)g\nu_0\rho f_\nu(Y_1+Y_2)_\nu}{\left((Y_1+Y_2)^2 + (Y_3-\Omega r)^2\right)^{3/2}}, \qquad a_{42} = \frac{(Y_3-\Omega r)Y_4 g\nu_0\rho f_\nu(Y_1+Y_2)}{\left((Y_1+Y_3)^2 + (Y_3-\Omega r)^2\right)^{2/3}},$$

$$a_{43} = \frac{Y_4 g v_0 \rho f_v}{\sqrt{(Y_1+Y_2)^2+(Y_3-\Omega r)^2}} + \frac{(Y_3-\Omega r)^2 Y_4 \gamma_4 v_0 \rho f_v}{\left((Y_1+Y_2)^2+(Y_3-\Omega r)^2\right)^{2/3}},$$

$$a_{44} = -\frac{(Y_3-\Omega r) g v_0 \rho f_v}{\sqrt{(Y_1+Y_2)^2+(Y_3-\Omega r)^2}},$$

$$f_1 = -\frac{v_0 Y_4 (Y_2+3Y_1)}{3r} - \frac{Y_4^2(3Y_2+5Y_1)\sqrt{A_1}}{30(\beta+2)ra},$$

$$f_2 = -\frac{\mu Y_2}{Y_4}, \qquad f_3 = \frac{Y_4 g v_0 \rho (Y_1-Y_2) f_v (Y_3-\Omega r)\Omega}{\left((Y_1+Y_2)^2+(Y_3-\Omega r)^2\right)^{3/2}},$$

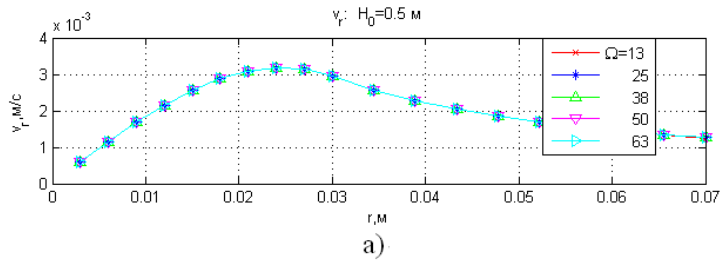
$$f_4 = -\frac{\Omega Y_4 g v_0 \rho f_v}{\sqrt{(Y_1+Y_2)^2+(Y_3-\Omega r)^2}} + \frac{(Y_3-\Omega r)^2 Y_4 g v_0 \rho f_v \Omega}{\left((Y_1+Y_2)^2+(Y_3-\Omega r)^2\right)^{3/2}},$$

$$(Y_1 = U_0, \qquad Y_2 = U, \qquad Y_3 = V_0, \qquad Y_4 = F).$$

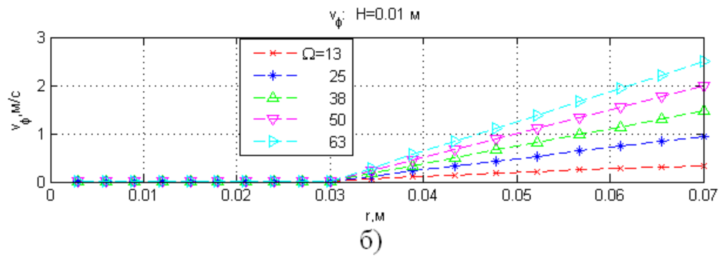
Для однозначного рішення системи рівнянь (18) задамо початкові умови наступним чином

$$F(0) = F_0, \quad U_0(0) = u_{00}, \quad U(0) = u_0$$
$$V_0(0) = v_{00}, \quad V(0) = v_0, \quad N(0) = N_0.$$

В результаті рішення задачі отримані графічні залежності розподілення швидкостей руху сипкого матеріалу по поверхні диску змішувача в залежності від його радіуса




а)




б)

**Рис. 2. Залежності швидкостей руху сипкого матеріалу по поверхні диску змішувача від його радіуса: а) радіальна швидкість; б) трансверсальна швидкість**

**Висновок.** В результаті математичного моделювання руху сипкого матеріалу по поверхні диску змішувача отримали рішення задачі в вигляді системи звичайних диференційних рівнянь першого порядку. В результаті рішення системи рівнянь числовим методом побудовані залежності швидкостей руху сипкого матеріалу по поверхні диску змішувача від радіуса при різних значеннях кутової швидкості його обертання. Встановлено, що при збільшенні радіусу від 0 до 0,025 м швидкість руху сипкого матеріалу зростає від 0 до $2{,}2 \cdot 10^{-3}$ м/с, при подальшому збільшенні радіусу від 0,025 м до 0,07 м швидкість повільно зменшується від $2{,}2 \cdot 10^{-3}$ до $1{,}2 \cdot 10^{-3}$ м/с.

**Література**

1. Догановский М.Г., Козловский Е.В. Машины для внесения удобрений / Г.М. Догановский, Е.В. Козловский. – М.: Машиностроение, 1972. – 378 с.

2. Бойко И.Г. Исследование процесса дозирования сыпучих кормов ротационным дозатором при приготовлении полнорационных кормовых смесей для животных: автореф. дис. на соискание ученой степени канд. техн.: спец.05.20.01 «Механизвция сельскохозяйственного производства» / И.Г. Бойко. - Харьков, 1982. - 20 с.

3. Пат. 64665, Україна, А 23N 17/00. Відцентровий змішувач сипусих компонентів / И.Г. Бойко, В.И. Семенцов.; заявник и петентовласник ХІМЕСГ. - №20031211042; заявл. 05.12.2003; опубл. 15.02.2007. Бюл. №2.

4. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин / П.М. Василенко. – К.: Изд-во УАСХН, 1960. – 283 с.

5. Заика П.М. Избранные задачи земледельческой механики / П.М. Заика. – К.: Изд-во УСХА, 1992. – 512 с.

6. Адамчук В.В. Уточнення теорії руху частинки матеріалу по ротаційних поверхнях / В.В. Адамчук // Вісник аграрної науки. – 2003. - №9. – С. 46-52.

7 Адамчук В.В. Обґрунтування моделі внесення мінеральних добрив / В.В. Адамчук / В зб. наук. праць «Механізація та електрифікація сільського господарства». – Глеваха: ННЦ «ІМЕСГ». – 2002. – Вип. 86. – С.90-99.

8. Адамчук В.В. Теоретичне дослідження розгону мінеральних добрив конусним розсіювальним органом / В.В. Адамчук // Механізація сільськогосподарського виробництва: Вісник ХНТУСГ ім. П. Василенка. - Харків: ХНТУСГ, 2003. – Вип.21. – С. 290-296.

9. Патент 98996 Україна, МПК A23N 17/00, Гравітаційний дозувально-змішувальний пристрій сипучих компонентів / Бойко Д.І.,Науменко О.А.; заявл. 17.12.2014; опубл. 12.05.2015, Бюл. №9.

10. Седов Л.И. Механика сплошных сред / Л.И. Седов. Т. 1. - М.: Наука, -1976. - 536с.

13. Кочин Н.Е. Теоретическая гидромеханика / Н.Е. Кочин, А.И. Кибель, Н.В. Розе. Ч.1. - М.: Физматгиз, 1964. - 554 с.

14. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа Л.Г. Лойцянский. - М.: Наука.- 1978.- 727 с.

Boyko D.I. **Mathematical modeling of loose material movement on mixer disc**

Considered bulk material movement, which is located on the horizontal surface of the disk set radius. Rotating around a vertical axis at a constant angular velocity. Recorded dynamic equation of bulk material in a cylindrical coordinate system by tensor expressions velocity deformation and stress after the selection of the members were the main boundary problem. Considering the boundary conditions on the free surface of the disc, presented as a solution in polynomial in the variable vertical axis and received a system of ordinary differential equations of the first order, describing the motion of loose material on the surface of the horizontal drive. As a result, solution of equations numerical method of Runhe-Kutt speeds depending on the bulk material from the mixer disk radius at different values of the angular velocity of its rotation.

**Keywords:** mathematical modeling, mobile drive vertical axis mixer, free-flowing material trajectory.

**References**

1. Doganovskij M.G., Kozlovskij E.V. Mashiny dlja vnesenija udobrenij / G.M. Doganovskij, E.V. Kozlovskij. – M.: Mashinostroenie, 1972. – 378 s.

2. Bojko I.G. Issledovanie processa dozirovanija sypuchih kormov rotacionnym dozatorom pri prigotovlenii polnoracionnyh kormovyh smesej dlja zhivotnyh: avtoref. dis. na soiskanie nauch. stepeni kand. tehn.: spec.05.20.01 «Mehanizvcija sel'skohozjajstvennogo proizvodstva» / I.G. Bojko. - Har'kov, 1982. - 20 s.

3. Pat. 64665, Ukraina, A 23N 17/00. Vidtsentrovyi zmishuvach sypuchykh komponentiv / Y.H. Boiko, V.Y. Sementsov.; zaiavnyk y petentovlasnyk KhIMESH. - №20031211042; zaiavl. 05.12.2003; opubl. 15.02.2007. Biul. №2.

4. Vasilenko P.M. Teorija dvizhenija chasticy po sherohovatym poverhnostjam sel'skohozjajstvennyh mashin / P.M. Vasilenko. – K.: Izd-vo UASHN, 1960. – 283 s.

5. Zaika P.M. Izbrannye zadachi zemledel'cheskoj mehaniki / P.M. Zaika. – K.: Izd-vo USHA, 1992. – 512 s.

6. Adamchuk V.V. Utochnennia teorii rukhu chastynky materialu po rotatsiinykh poverkhniakh / V.V. Adamchuk // Visnyk ahrarnoi nauky. – 2003. - №9. – S. 46-52.

7 Adamchuk V.V. Obgruntuvannia modeli vnesennia mineralnykh dobryv / V.V. Adamchuk / V zb. nauk. prats «Mekhanizatsiia ta elektryfikatsiia silskoho hospodarstva». – Hlevakha: NNTs «IMESH». – 2002. – Vyp. 86. – S.90-99.

8. Adamchuk V.V. Teoretychne doslidzhennia rozghonu mineralnykh dobryv konusnym rozsiiuvalnym orhanom / V.V. Adamchuk // Mekhanizatsiia silskohospodarskoho vyrobnytstva: Visnyk KhNTUSH im. P. Vasylenka. - Kharkiv: KhNTUSH, 2003. – Vyp.21. – S. 290-296.

9. Patent 98996 Ukraina, MPK A23N 17/00, Hravitatsiinyi dozuvalno-zmishuvalnyi prystrii sypuchykh komponentiv / Boiko D.I.,Naumenko O.A.; zaiavl. 17.12.2014; opubl. 12.05.2015, Biul. №9.

10. Sedov L.I. Mehanika sploshnyh sred / L.I. Sedov. T. 1. - M.: Nauka, -1976. - 536 s.

11. Kochin N.E. Teoreticheskaja gidromehanika / N.E. Kochin, A.I. Kibel', N.V. Roze. Ch.1. - M.: Fizmatgiz, 1964. - 554 s.

12. Lojcjanskij L.G. Mehanika zhidkosti i gaza L.G. Lojcjanskij. - M.: Nauka.- 1978.- 727s.