Іванов В.І.,
Бантковський В.А.
Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. П. Василенка, Україна,
E-mail: tservic@ticom.kharkov.ua

ВПЛИВ РІВНЯ КОРЕЛЯЦІЇ МІЖ ЕЛЕМЕНТАМИ НА ІМОВІРНІСТЬ БЕЗВІДМОВНОЇ РОБОТИ СИСТЕМИ

УДК 631.3.004.67

На прикладі системи, яка складається з двох послідовно з'єднаних елементів, що корельовано показаний вплив рівня кореляції між елементами на підвищення імовірності безвідмовної роботи системи.

***Ключові слова**: коефіцієнт кореляції, імовірність безвідмовної роботи, система, елемент, параметричні відмови, середнє значення, середньоквадратичне відхилення, закон розподілу, статистична залежність, інтервал.*

Вступ. Однією з умов підвищення якості капітального ремонту та зниження його вартості є вдосконалювання складального процесу. Роль способу і якості складання досить велика. Від якості складання залежить успішність приймальних випробувань, надійність під час експлуатації, ресурс машини. Найважливішою характеристикою складання є точність. Селективне складання, при якому складальний комплект утворюють деталі, попередньо відібрані за прийнятими характеристиками з числа придатних, є методом забезпечення точності, заснованим на груповій взаємозамінності.

При розгляді відомих методів забезпечення заданої точності вихідних параметрів виробу під час складання в технічній літературі і на практиці не розглянутий спосіб селективного складання машини по вузлах (уздовж машини) за прийнятими характеристиками і з урахуванням кореляції параметрів їх елементів. Послідовність комплектування системи з параметрами, що корельовано, може вплинути на її надійність.

Основна частина. Розглянемо систему, яка складається з двох послідовно з'єднаних елементів, що корельовано. Елементи відмовляють за параметричними відмовами. Параметри U_1 і U_2 характеризуються нормальними законами розподілу. Числові характеристики нормальних законів: середнє значення $\overline{U_1}, \overline{U_2}$, середньоквадратичні відхилення $\sigma_{U_1}, \sigma_{U_2}$, граничні значення параметрів $\overline{U}_{1\text{гр}}$, $\overline{U}_{2\text{гр}}$. Статистична залежність між параметрами показана на рис. 1. Безумовні щільності розподілу параметрів $f_1(U_1)$ і $f_2(U_2)$ показані як розподіл проекції точок (U_1, U_2) на осі координат U_1 і U_2.

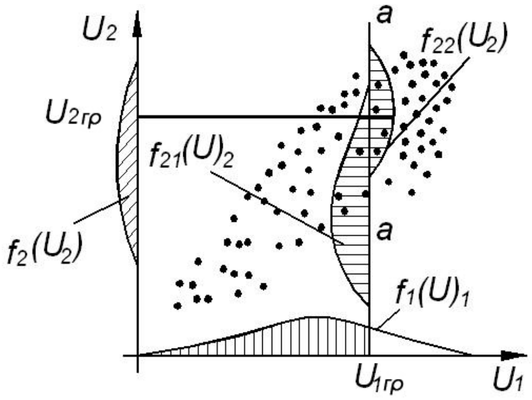

Рис. 1 - Статистична залежність між параметрами

У загальному випадку імовірнність безвідмовної роботи такої системи дорівнює:

$$P=P\ (U_1<U_{1\text{гр}})\ P\ (U_2<U_{2\text{гр}}/\ U_1<U_{1\text{гр}}).$$

Тобто добутку імовірності безвідмовної роботи за параметром U_1 (імовірність того, що $U_1<U_{1гр}$) помноженої на умовну імовірність за параметром U_2 (тобто імовірність того, що $U_2<U_{2гр}$, але при умові того, що $U_1<U_{1гр}$). На рис.1 безумовні ймовірності безвідмовної роботи по кожному параметру характеризуються заштрихованими площами під функціями щільності розподілу $f_1(U_1)$ і $f_2(U_2)$. Умовну функцію розподілу можна отримати також користуючись даними на рис. 1. Для цього слід розсікти всю сукупність точок на дві групи лінією а-а і по кожній групі окремо побудувати щільності розподілів проекцій точок на вісь ординат U_2. Позначимо їх $f_{21}(U_2)$ і $f_{22}(U_2)$. Щільність $f_{21}(U_2)$ є умовною (шуканою) щільністю імовірності, побудованою за тими значеннями U_2, при яких $U_1<U_{1гр}$.

Тоді імовірність:

$$P\,(U_2<U_{2гр}/U_1<U_{1гр})=\int_0^{U_{2гр}} f_{21}(U_2)dU_2.$$

Тепер імовірність безвідмовної роботи системи дорівнює:

$$R=\int_0^{U_{1гр}} f_1(U_1)\,dU_1\cdot\int_0^{U_{2гр}} f_{21}(U_2)\,dU_2\,.$$

Виразимо щільність розподілу $f_{21}(U_2)$ через початкову (безумовну) щільність розподілу $f_2(U_2)$. Оскільки $f_2(U_2)$ формується з тих же початкових даних, що і $f_{21}(U_2)$ і $f_{22}(U_2)$, то можна записати:

$$f_2(U_2)=\alpha_3\, f_{21}(U_2)+(1-\alpha_3)\,f_{22}(U_2),$$

де α - доля початкових значень (U_1, U_2), які задовольняють умові $U_1<U_{1гр}$. Вона, очевидно, дорівнює:

$$\alpha=\int_0^{U_{1гр}} f_1(U_1)\,dU_1\,.$$

Тепер маємо:

$$R=\int_0^{U_{1гр}} f_1(U_1)dU_1\int_0^{U_{2гр}}\frac{\left[f_2(U_2)-(1-\alpha)\cdot f_{22}(U_2)\right]}{\alpha}dU_2=$$

$$=\int_0^{U_{1гр}} f_1(U_1)dU_1\cdot\frac{\int_0^{U_{2гр}} f_2(U_2)-(1-\alpha)\int_0^{U_{2гр}} f_{22}(U_2)dU_2}{\int_0^{U_{2гр}} f_1(U_1)dU_1}=$$

$$\int_0^{U_{2гр}} f_2(U_2)dU_2-\left\{\left[1-\int_0^{U_{1гр}} f_1(U_1)dU_1\right]\left[\int_0^{U_{2гр}} f_{22}(U_2)dU_2\right]\right\}.$$

Використовуючи функцію Лапласа для розрахунку інтегралів, отримаємо:

$$R=F_о\left(\frac{U_{2гр}-\overline{U}_2}{\sigma_{U_2}}\right)-\left\{\left[1-F_о\left(\frac{U_{1гр}-\overline{U}_1}{\sigma_{U_1}}\right)F_о\left(\frac{U_{2гр}-\overline{U}_{22}}{\sigma_{U_{22}}}\right)\right]\right\}. \qquad (1)$$

Проаналізуємо отриману формулу для кількох приватних випадків.

Випадок 1.

Елементи не корельовано (рис.2).

З рис.2 видно, що щільність $f_2(U_2)=f_{22}(U_2)$, тому:

$$F_о\left(\frac{U_{2гр}-\overline{U}_2}{\sigma_{U_2}}\right)=F_о\left(\frac{U_{2гр}-\overline{U}_{22}}{\sigma_{U_{22}}}\right).$$

Тоді маємо за формулою (1):

$$R=F_о\left(\frac{U_{2гр}-\overline{U}_2}{\sigma_{U_2}}\right)\cdot F_о\left(\frac{U_{1гр}-\overline{U}_1}{\sigma_{U_1}}\right). \qquad (2)$$

Тобто, отримано звісний результат, при якому імовірність безвідмовної роботи для елементів, які не корельовано дорівнює добутку імовірності безвідмовної роботи для кожного елементу.

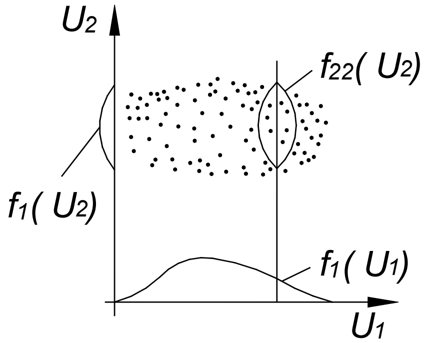

Рис.2 - Випадок 1

Випадок 2.

Елементи корельовано коефіцієнтом кореляції, близьким до одиниці (рис. 3). Тоді маємо за формулою (1), враховуючи що $U_2<U_{2гр}$ і $U_{22}<U_{2гр}$:

$$F_о\left(\frac{U_{2гр}-\overline{U}_{22}}{\sigma_{U_{22}}}\right)=1 \text{ и } F_о\left(\frac{U_{2гр}-\overline{U}_2}{\sigma_{U_2}}\right)=1 \text{ и } R=F_о\left(\frac{U_{1гр}-\overline{U}_1}{\sigma_{U_1}}\right) \qquad (3)$$

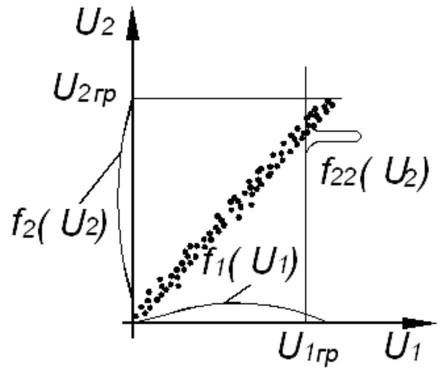

Рис. 3 - Випадок 2

Тобто, імовірність безвідмовної роботи системи визначається імовірністю безвідмовної роботи одного елементу. В даному випадку першого. Він же є більш слабким з двох. Дійсно, є ряд значень $U_1>U_{1гр}$ і не має практично значень $U_2>U_{2гр}$.

Випадок 3.

Елементи корельовано, але більш слабким є елемент U_2 (рис. 4). Тоді, оскільки всі $U_1 < U_{1гр}$, то:

$$F_{\text{о}}\left(\frac{U_{1гр}-\overline{U}_1}{\sigma_{U_1}}\right)=1 \text{ и } R=F_{\text{о}}\left(\frac{U_{2гр}-\overline{U}_2}{\sigma_{U_2}}\right) \tag{4}$$

Тобто знову імовірність безвідмовної роботи системи дорівнює імовірності безвідмовної роботи слабкішого ланцюга.

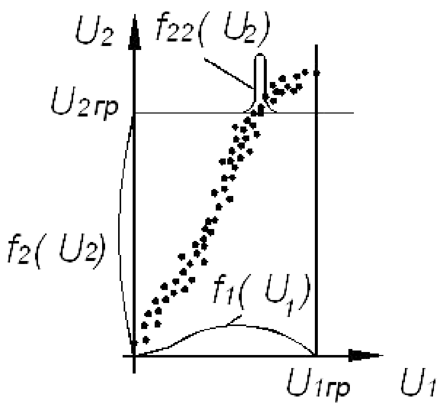

Рис. 4 - Випадок 3

Для проміжних значень коефіцієнту кореляції від 0 до 1 слід розрахувати функцію $F_{\text{о}}\left(\frac{U_{2гр}-\overline{U}_2}{\sigma_{U_{22}}}\right)$ за експериментальними даними.

Як бачимо, наявність суттєвої кореляції збільшує імовірність безвідмовної роботи системи порівняно з варіантом елементів, які не корельовано, оскільки вираження (2) завжди менше, чим (3) або (4).

Коефіцієнт підвищення надійності дорівнює (наприклад, для вираження (3):

$$\beta_{\max}=\frac{F_{\text{о}}\left(\frac{U_{1гр}-\overline{U}_1}{\sigma_{U_1}}\right)}{F_{\text{о}}\left(\frac{U_{2гр}-\overline{U}_2}{\sigma_{U_2}}\right)F_{\text{о}}\left(\frac{U_{1гр}-\overline{U}_1}{\sigma_{U_1}}\right)}=\frac{1}{F_{\text{о}}\left(\frac{U_{2гр}-\overline{U}_2}{\sigma_{U_2}}\right)}. \tag{5}$$

Оскільки $F_{\text{о}}(\bullet)$ змінюється в межах від 0 до 1, то $\beta = 1 \div \infty$.

Для N елементів узагальнюючи, отримаємо:

$$\beta_{\max}=\frac{1}{\prod_{n=2}^{N} F_{\text{о}}\left(\frac{U_{n_{гр}}-\overline{U}_n}{\sigma_{Un}}\right)}.$$

Можна припустити лінійну апроксимацію залежності β від коефіцієнту кореляції r виду (при слабкому ланцюгу U_1)

$$\beta_{(r)} = 1 + \left[\frac{1}{F_{\text{о}}\left(\dfrac{U_{2\text{гр}} - \overline{U}_2}{\sigma_{U_2}} \right)} - 1 \right] r = 1 + \left[\frac{1}{F_{\text{о}}\left(\dfrac{K_2 - 1}{\nu_2} \right)} - 1 \right] \cdot r, \qquad (6)$$

де $K_2 = \dfrac{U_{2\text{гр}}}{\overline{U}_2}$ - коефіцієнт запасу;

$\nu_2 = \dfrac{\sigma_{U_2}}{\overline{U}_2}$ - коефіцієнт варіації.

Для N елементів узагальнюючи, отримаємо:

$$\beta_{(r)} = 1 + \left(\frac{1}{\prod\limits_{n=2}^{N} F_{\text{о}}\left(\dfrac{K_n - 1}{\nu_n} \right)} - 1 \right) r.$$

Література

1. Теоретические основы технологии ремонта машин: Учебник в 3-х т. / Сидашенко А.И., Науменко А.А., Скобло Т.С. и др. / Под ред. А.И. Сидашенко, А.А. Науменко. Том 1. (Теория и технология производственных процессов ремонта машин) – Харьков: ХНТУСХ, 2005. – 590 с.
2. Іванов В.І., Калінін Е.І. Підвищення надійності системи методом селекції її елементів. Вісник ХНТУСГ: «Проблеми надійності машин та засобів механізації сільськогосподарського виробництва» Випуск 163, - Харків, 2015р. с.142-146.

Summary

Ivanov V., Bantkovskiy V. Vliyanie level of correlation between elements on probability of faultless work of the system

On the example of the system, consisting of two consistently united korre-lirovannykh elements, influence of level of correlation is rotined between elements on the increase of probability of faultless work of the system. The special cases are considered with the different level of correlation between elements from which evidently, that the presence of substantial correlation is increased by probability of faultless work of the system.

Key words: *koefficient correlations, probability of faultless work, system, element, self-reactance refuses, mean value, srednekvadraticheskoe rejection, distributing law, statistical dependence, interval.*

References

1. Theoretical bases of technology of repair of machines: Textbook in 3 t. / Sidashenko A.I., Naumenko A.A., Skoblo T.S. and other / Under red. A.I. Sidashenko, A.A. Naumenko. Tom 1. (Theory and technology of production processes of repair of machines) - Kharkov: KHNTUSKH, 2005. – 590 s.
2. Ivanov V.I., Kalinin E.I. Increase of failsafety by the method of selection of its elements. Announcer KHNTUSG: «Problems of reliability of machines and facilities of mechanization are salt-skogospodarskogo of production» Issue 163, - Kharkiv, 2015. s 142-146.