

Тришевский О.И.,
Череватенко Г.И.

Харьковский национальный техниче-
ский университет сельского хозяйства
имени П.Василенко, г. Харьков, Укра-
ина
E-mail: 3shev@ukr.net

КРИТЕРИЙ РАЗРУШЕНИЯ ПРИ БОЛЬШИХ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЯХ

УДК 621.771.63

На основании анализа литературных данных о процессе разрушения металла при испытаниях на растяжение принят критерий разрушения, наиболее полно характеризующий этот процесс – удельная работа деформирования единичного объёма. Поскольку удельная потенциальная энергия изменения формы элемента при его пластическом деформировании не зависит от схемы напряжённого состояния металла, принятый критерий разрушения можно распространить на другие схемы напряженно-деформированного состояния и, в частности, использовать при определении критических возможностей процесса профилирования в местах изгиба профилей.

Ключевые слова: *гнутые профили, критерии разрушения, напряжённно-деформированное состояние, растяжение, изгиб, интенсивность напряжений, интенсивность деформаций, функция диссипации энергии, удельная работа деформирования.*

Вступление, актуальность и постановка проблемы

В связи с ростом потребности в качественных гнутых профилях из сталей разных марок конструкторы и технологи должны уметь выбирать наиболее надежные критерии оценки прочностных и пластических свойств материала этих конструкционных элементов.

Вопрос о разрушении материала в процессе профилирования, то есть в первую очередь о минимально допустимых радиусах изгиба, решался на основании показателей относительного удлинения материалов δ_{10} . Однако в дальнейшем было доказано [1], что более правильно считать показателем пластичности материала относительное поперечное сужение $\psi_{ш}$. Оценка пластичности по $\psi_{ш}$ была положена в основу методов определения минимальных допустимых радиусов изгиба [2]. Но так как $\psi_{ш}$ при одноосном растяжении не равно $\psi_{ш}$ при двuosном растяжении [3] (имеющем место на наружной поверхности места изгиба), необходимо ввести корректировочные коэффициенты. С целью учета влияния схемы напряженно-деформированного состояния также были введены дополнительные коэффициенты, точное определение которых часто невозможно. В связи с этим необходимо решить вопрос о критерии разрушения, который не зависел бы от различия схем напряженно-деформированного состояния при растяжении и изгибе.

При разработке технологии производства гнутых профилей часто требуется тщательная оценка прочности и недостаточно знать отдельные характеристики механических свойств: пределы упругости, текучести, прочности, относительное удлинение и сужение площади поперечного сечения.

Следует учитывать, что при упругом и пластическом деформировании разрушение металла не может происходить внезапно, в результате достижения критической величины предельной прочности. В деформируемом теле происходит накопление и развитие таких явлений и процессов, которые постепенно исчерпывают предельную прочность и делают неизбежным разрушение в тот момент, когда состояние металла будет должным образом подготовлено. Сам акт разделения разрывного образца на две части лишь завершает эти процессы.

С учетом сил притяжения между атомами и энергии, необходимой для отрыва

атомов [4], была подсчитана теоретическая прочность металлов на разрыв. При этом исходили из предположения о правильности строения кристаллической решетки. Полученные значения были на 1-2 порядка выше определённой экспериментально прочности реальных металлов.

Это можно объяснить тем, что реальные кристаллы не обладают тем совершенным строением кристаллической решетки, которое принималось при расчёте теоретической прочности. Наличие искажений в правильном расположении атомов приводит к появлению отдельных мест в кристаллической решетке, для появления трещин разрыва в которых требуется значительно меньшее напряжение, чем в других местах.

В реальных металлах имеют место и более грубые дефекты, размеры которых соизмеримы с размерами зерен металла. Ряд исследователей представляет эти дефекты в виде трещин, расположенных внутри деформируемого тела.

Если трещина длиной l_m расположена перпендикулярно к направлению растягивающей силы, то минимальное значение напряжения σ_m , приводящего к росту трещины, то есть разрыву, равно [5]:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{2\sigma E}{l_m}},$$

где E - модуль упругости I рода;

σ - поверхностное натяжение, то есть энергия, приходящаяся на единицу свободной поверхности.

Таким образом, разрыв появляется в какой-нибудь точке деформированного тела и в дальнейшем распространяется путем расширения очагов разрушения до полного разделения образцов на части.

Из этого следует, что понятие о технической прочности (экспериментально полученной прочности реальных металлов), как о среднем напряжении по сечению тела, является в применении к моменту разрушения условным и не отражает величины истинного напряжения, приведшего к первому разрыву связей. При одной и той же теоретической прочности может быть различное сочетание параметров, определяющих дефектность материала, а в связи с этим различную фактическую прочность.

Таким образом, упрощенные представления не позволяют однозначно связать структуру материала с его прочностью и, следовательно, надежно оценивать качество материала.

Основные результаты исследований

Так как большинство процессов, вызывающих разрушение металла, являются следствием формоизменения, разрушение металла должно быть связано с процессами пластической деформации. Если при определенном соотношении между напряжениями в точке деформируемого объема напряженное состояние достигает предельной степени, начинается пластическая деформация. Это - первое предельное состояние. Второе предельное состояние определит начало разрушения материала.

Упругое равновесие тела возможно при различных соотношениях нагрузок. Пластическое же равновесие возможно только при вполне определенных нагрузках.

Согласно условию пластичности Губера-Мизеса удельная потенциальная энергия изменения формы элемента тела при его пластической деформации, а, следовательно, и удельная работа деформирования, не зависит от схемы напряженного состояния. Так как энергия, необходимая для отрыва атомов металла, а также искажения в кристаллической

решетке и дефектность являются его характеристиками, то и удельная работа деформирования единичного объема до разрушения является для данного материала постоянной величиной.

Определим эту работу из условия деформирования до разрушения единичного объёма разрывного образца. В качестве исходных были приняты плоские прямоугольные образцы с размерами рабочей части $axb \times l$. Полная деформация образца складывается из однородной деформации до начала ее локализации при нарушении устойчивости процесса пластического формоизменения и сосредоточенной деформации в шейке. Для определения величины максимальной однородной деформации по диаграмме разрыва образца принимаем вывод Людвикиа [6] о том, что образование шейки происходит при максимальной нагрузке.

Проекции скорости перемещения частиц на координатные оси на участке однородной деформации разрывного образца можно выразить следующим образом [7]:

$$v_x = -\frac{v_0}{2l}x; \quad v_y = -\frac{v_0}{2l}y; \quad v_z = \frac{v_0}{l}z; \quad (1)$$

Скорости деформаций и интенсивность скоростей деформаций получим, подставив поле скоростей перемещений в известные зависимости исследования напряжённо-деформированного состояния металла методом механики сплошных сред с использованием полей скоростей перемещений [7]:

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = -\frac{v_0}{2l}; \quad \varepsilon_{zz} = \frac{v_0}{l}; \quad \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zx} = 0. \quad (2)$$

Интенсивность скоростей деформаций:

$$\varepsilon_i = \frac{v_0}{l}. \quad (3)$$

Для определения интенсивности напряжений σ_i воспользуемся диаграммой зависимости истинных напряжений от деформаций (рис. 1). При деформировании в холодном состоянии происходит упрочнение металла. Различные марки стали обладают существенно различным сопротивлением пластической деформации и деформационным упрочнением. Даже для одной марки стали различных плавок сопротивление пластической деформации и деформационное упрочнение различно.

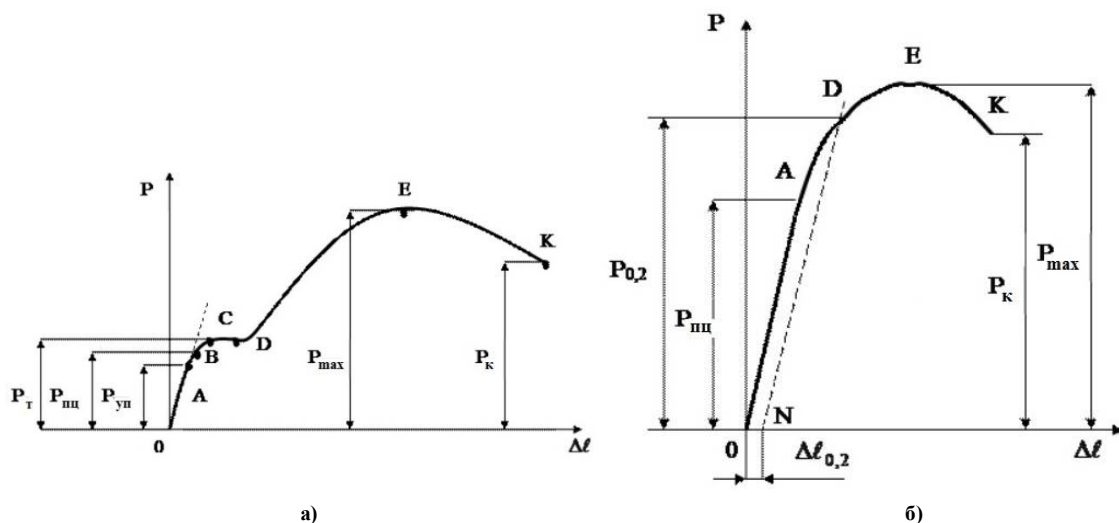


Рис.1 Типовые диаграммы растяжения: а) углеродистой стали ст3; б) низколегированной стали 09Г2

Одной из наиболее распространенных зависимостей напряжений от деформаций, используемых при аналитической аппроксимации кривых $\sigma_i=f(e_i)$, является степенная функция:

$$\sigma_i = B_1 e_i^m, \quad (4)$$

где B_1 , и m - коэффициенты, зависящие от свойств испытываемого металла.

Уравнение (4) неплохо подтверждается экспериментами для участка растяжения от конца площадки текучести до деформаций $e = 0,3-0,4$, то есть несколько превышающих предельную равномерную, когда влияние формы шейки ещё невелико. Истинные деформации определяются следующими уравнениями

$$e_{xx} = \ln \frac{a}{a_0}; \quad e_{yy} = \ln \frac{b}{b_0}; \quad e_{zz} = \ln \frac{l}{l_0}. \quad (5)$$

Вследствие того, что соблюдается пропорциональность сторон при деформации:

$$\frac{a}{b} = \frac{a_0}{b_0},$$

деформации в направлении осей x и y совпадают: $e_{xx} = e_{yy}$.

Тогда из условия неизменности объема получаем:

$$\frac{1}{2} e_{zz} = -e_{xx} = -e_{yy}.$$

Подставляя полученные значения деформаций в уравнение, описывающее выражение для интенсивности деформации [7], получим:

$$e_i = \ln \frac{l}{l_0}. \quad (6)$$

Подставляя значения ε_i и σ_i из (3) и (4) в известную зависимость [7]

$$E = \sigma_i \varepsilon_i \quad (7)$$

и учитывая при этом (6), получим выражение функции диссипации энергии на участке равномерной деформации при растяжении разрывного образца:

$$E = B_1 \frac{v_0}{l} \left(\ln \frac{l}{l_0} \right)^m. \quad (8)$$

Суммарную работу, затрачиваемую на деформирование единичного объема ΔV при растяжении разрывного образца до начала образования шейки, определяем, интегрируя выражение для энергии E по времени:

$$A_1 = \int_0^{t_1} E dt. \quad (9)$$

После подстановки (8) получим

$$A_1 = \int_0^{t_1} B_1 \frac{v_0}{l} \left(\ln \frac{l}{l_0} \right)^m dt. \quad (10)$$

Так как скорость испытания постоянна, то изменение длины образца в процессе

растяжения подчиняется закону:

$$l=l_0+v_0t. \quad (11)$$

Подставляя (11) в (10), после некоторых преобразований имеем:

$$A_1 = \frac{B_1}{m+1} l_p^{m+1}, \quad (12)$$

где l_p - максимальная равномерная логарифмическая (истинная) деформация, определяемая выражением:

$$l_p = \ln \frac{l_p}{l_0} = \ln \frac{l_0 + v_0t}{l_0}.$$

Из формулы (12) видно, что работа деформирования элементарного объёма разрывного образца на участке однородной деформации не зависит от размеров образца (l_0) и скорости движения зажимов разрывной машины (v_0), а зависит только от степени деформации (l_p) и констант, характеризующих материал (B_1 , и m), то есть является константой материала для данной степени деформации.

Для определения констант материала B_1 и m воспользуемся зависимостью между истинными напряжениями и деформациями, построенной на основании экспериментальных данных растяжения образца на разрывной машине (рис. 1). Подставляя в (4) значения e_1 и σ_i для точки на диаграмме сразу же за площадкой текучести, а затем - значения e_2 и σ_2 для точки, характеризующей начало образования шейки, после несложных преобразований получим:

$$m = \frac{\ln \frac{\sigma_2}{\sigma_i}}{\ln \frac{e_2}{e_i}}.$$

Подставив значения m , σ_i и e_i (или σ_2 и e_2) в (4), определяем B_1 . Результаты вычислений констант, а также значения равномерной деформации e_p и удельной работы деформирования A_1 для сталей Ст.3сп и 09Г2 приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения коэффициентов m , B_1 , равномерной деформации e_p и удельной работы деформирования A_1 для сталей ст3и 09Г2

Марка стали	m	$B_1, \text{ Мн/м}^2$	e_p	$A_1, \text{ Дж}$
Ст.3 сп	0,23	802	0,250	0,1160
09Г2	0,157	740	0,202	0,0914

В процессе равномерной деформации зерна поликристаллического металла измельчаются. В отдельных местах кристаллической решетки возникают искажения правильности атомного строения. Появляется преимущественная ориентация кристаллической решетки отдельных зерен. Увеличивается энергия системы, повышается сопротивление деформации. Модуль упрочнения уменьшается, и в момент, когда его отношение к σ равно 1,15, процесс становится неустойчивым. Истинная скорость деформации при переходе от равномерного течения к течению в шейке меняется скачкообразно [5].

Статистика испытаний образцов на разрыв показывает, что в большинстве случаев шейка образуется на середине образца. Исходя из этого, принимаем начало координат в центре шейки. Согласно экспериментальным данным кривую утонения образца в

шейке, а следовательно, и скорости перемещения частиц после образования шейки можно описать следующими уравнениями:

$$v_x = -c_1 x \cos^4 \frac{\pi z}{2l_2}; \quad v_y = -c_2 y \cos^4 \frac{\pi z}{2l_2}; \quad v_z = (c_1 + c_2) \int \cos^4 \frac{\pi z}{2l_2} dz. \quad (13)$$

Проекция скоростей деформаций на координатные оси получаем, внося уравнения (13) в известные выражения для скоростей деформаций [7]:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= -c_1 \cos^4 \frac{\pi z}{2l_2}; & \varepsilon_{yz} &= \frac{2c_2 y \pi}{l_2} \cos^3 \frac{\pi z}{2l_2} \sin \frac{\pi z}{2l_2}; \\ \varepsilon_{yy} &= -c_2 \cos^4 \frac{\pi z}{2l_2}; & \varepsilon_{xz} &= \frac{2c_1 x \pi}{l_2} \cos^3 \frac{\pi z}{2l_2} \sin \frac{\pi z}{2l_2}; \\ \varepsilon_{zz} &= (c_1 + c_2) \cos^4 \frac{\pi z}{2l_2}; & \varepsilon_{xy} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Подставляя значения проекций скоростей деформаций из (14) в общее выражение для интенсивности скоростей деформаций для декартовой системы координат [7], получаем следующее уравнение:

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[(c_1 - c_2)^2 \cos^8 \frac{\pi z}{2l_2} + (c_1 + 2c_2)^2 \cos^8 \frac{\pi z}{2l_2} + (2c_1 + c_2)^2 \cos^8 \frac{\pi z}{2l_2} + 6 \cos^6 \frac{\pi z}{2l_2} \sin^2 \frac{\pi z}{2l_2} \frac{\pi^2}{l_2^2} (c_2^2 y^2 + c_1^2 x^2) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

В наиболее деформированной части шейки (в месте наибольшего утонения) $z = 0$. Тогда из (15) получаем:

$$\varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{c_1^2 + c_1 c_2 + c_2^2}. \quad (16)$$

Таким образом, в данном сечении интенсивность скоростей деформаций не зависит от координат x и y .

На примере равномерной деформации образца можно убедиться, что для небольших величин скоростей, когда инерционными силами можно пренебречь (ввиду их малости), величины деформаций и удельной работы деформирования не зависят от времени. Поэтому принимаем время деформирования образца с начала образования шейки до разрыва за единицу. Тогда уравнения (13) будут вместе с тем характеризовать и перемещения материальных точек. Из граничных условий определяем коэффициенты c_1 и c_2 :

$$\begin{aligned} \text{для стали Ст.Зсп} & \quad c_1 = 0,310; & c_2 = 0,370; \\ \text{для стали 09Г2} & \quad c_1 = 0,233; & c_2 = 0,373. \end{aligned}$$

Разбиваем время деформирования образца с шейкой на пять равных интервалов и определяем приращение деформации по координатным осям за интервал: $\Delta e = \varepsilon \Delta t$.

Суммируя эти приращения, получаем величины деформаций по координатным осям:

$$e = \Sigma \Delta e. \quad (17)$$

Подставляя полученные величины в уравнение для интенсивности деформаций [7], определяем интенсивность деформаций e_{int} . В процессе однородной деформации материальные точки получили деформацию e_p . Следовательно, итоговая деформация в

шейке

$$e_i = e_p + e_{iii}. \quad (18)$$

Зная величины деформаций, определяем соответствующие им напряжения. Второй участок диаграммы зависимости напряжений от деформаций (рис. 1а), характеризующий сосредоточенную деформацию в шейке, можно описать функцией

$$\sigma_i = k + B_2 e_i^m, \quad (19)$$

где k , B_2 и m - коэффициенты, характеризующие материал.

Для сталей Ст.3сп и 09Г2 значения этих коэффициентов, найденные экспериментально, приведены ниже:

Марка стали	k , Мн/м	B_2 , Мн/м ²	m
Ст.3 сп	600	384	2,23
09Г2	610	400	2,00

Таким образом, зная σ_i и e_i и используя уравнение (7), можно определить энергию диссипации и приращение удельной работы деформирования:

$$\Delta A = E \Delta t \quad (20)$$

Просуммировав эти приращения, получим значение для удельной работы деформирования единичного объема образца с начала образования шейки до разрыва:

$$A_2 = \Sigma \Delta A. \quad (21)$$

Величины деформаций, интенсивности скоростей деформаций, интенсивности напряжений, энергии диссипации и удельной работы разрушения для стали Ст.3сп приводятся в табл. 2.

Таблица 2

Параметры напряжённо-деформированного состояния, функции диссипации энергии и работы деформирования при разрыве образца из стали Ст 3сп

Определяемая величина	Интервалы времени деформирования образца с шейкой				
	1	2	3	4	5
\mathcal{E}_{xx} , 1/сек	-0,310	-0,310	-0,310	-0,310	-0,310
\mathcal{E}_{yy} , 1/сек	-0,373	-0,373	-0,373	-0,373	-0,373
\mathcal{E}_{zz} , 1/сек	0,683	0,683	0,683	0,683	0,683
Δt , сек	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Δe_{xx}	-0,062	-0,062	-0,062	-0,062	-0,062
e_{xx}	-0,062	-0,124	-0,186	-0,248	-0,310
Δe_{yy}	-0,0746	-0,0746	-0,0746	-0,0746	-0,0746
e_{yy}	-0,0746	-0,1492	-0,2238	-0,2984	-0,373
Δe_{zz}	0,137	0,137	0,137	0,136	0,137
e_{zz}	0,137	0,274	0,410	0,546	0,683
e_i	0,386	0,522	0,658	0,794	0,930
σ_i , Мн/м ²	635	676	747	815	915
\mathcal{E}_i	0,680	0,680	0,680	0,680	0,680
E , Мн/м ² сек	0,432	0,445	0,480	0,534	0,620
ΔA , дж	0,0864	0,0890	0,0960	0,1068	0,1240
A , дж	0,1160	0,1160	0,1160	0,1160	0,1160
A	0,2024	0,2914	0,3874	0,4942	0,6132

По приведенной методике была определена удельная работа деформирования до разрушения (критическая удельная работа разрушения) единичного объема разрывного

образца различных марок стали.

Величины критической удельной работы разрушения соответственно равны:
для стали Ст.Зсп $A = 0,618$ дж; для стали 09Г2 $A = 0,462$ дж.

Выводы

Таким образом, различные материалы обладают различной способностью к накоплению энергии в процессе деформирования, которую можно рассматривать как критерий перехода материала ко второму предельному состоянию, то есть к разрушению.

На основании анализа имеющихся в литературе данных о процессе разрушения металла при испытаниях на растяжение принят критерий разрушения, наиболее полно характеризующий этот процесс – удельная работа деформирования единичного объёма.

Согласно условию пластичности Губера-Мизеса удельная потенциальная энергия изменения формы элемента при его пластическом деформировании не зависит от схемы напряжённого состояния металла. Поэтому принятый критерий разрушения можно распространить на другие схемы напряженно-деформированного состояния и использовать при определении критических возможностей процесса профилирования в местах изгиба профилей.

Литература

1. Хилл Р. Математическая теория пластичности. [Текст] / Москва: Гостехиздат, 1956. – 408 с.
2. Смирнов-Аляев Г.А. Сопротивление материалов пластическому деформированию. [Текст] / Ленинград: Машиностроение, 1978. – 368 с.
3. Планк М. Введение в теоретическую физику. Часть II. Механика деформируемых тел. [Текст] / Москва-Ленинград, ГИТТЛ, 1932. – 184 с.
4. Прудников М.И. Разрушение и минимальный радиус изгиба. В сб. Инженерные методы расчёта технологических процессов обработки металлов давлением. / Москва: Металлургиздат, 1963. – 298 с.
5. Datsko J., Jang C.T. Determine minimum bend radii from standard tensile test results. / Materials in Design Engineering, vol.51, 2011.
6. Романовский В.П. Справочник по холодной штамповке. [Текст] / Ленинград: Машиностроение, 1979. – 520 с.
7. Алексеев Ю.Н. Вопросы пластического течения металлов. [Текст] / Харьков: изд.ХГУ, 1958. – 188 с.

Summary

Trishevsky O.I., Cherevatenko G.I. The criterion of fracture with large plastic deformations

Based on the analysis of literature data on the process of destruction metal tensile tests adopted the criterion of fracture most closely characterizes this process - specific work of deformation of a single volume. Because the specific potential energy of change of form of element at his plastic deformation does not depends on the schema of the busy state of metal adopted the criterion of destruction can be extended to other schemes of stressed-strained state and, in particular, to use when defining critical process capability profiling field bending of profiles.

Keywords: bent profile, criterion of destruction, tensely-deformed state, tension, bend, intensity of tensions, intensity of deformations, function of dissipation of energy, specific work of deformation.

References

1. Hill R. Matematicheskaya teoriya plastichnosti. [Tekst] / Moskva: Gostehizdat, 1956. – 408 s.
2. Smirnov-Alyayev G.A. Soprotivlenie materialov plasticheskomu deformirovaniyu. [Tekst] / Leningrad: Mashinostroenie, 1978. – 368 s.
3. Plank M. Vvedenie v teoreticheskuyu fiziku. Chast II. Mehanika deformiruemiyh tel. [Tekst] / Moskva-Leningrad, GITTL, 1932. – 184 s.
4. Prudnikov M.I. Razrushenie i minimalnyiy radius izgiba. V sb. Inzhenernyie me-todyi raschYota tehnologicheskikh protsessov obrabotki metallov davleniem. / Moskva: Metallurgizdat, 1963. – 298 s.
5. Datsko J., Jang C.T. Determine minimum bend radii from standard tensile test results. / Materials in Design Engineering, vol.51, 2011.
6. Romanovskiy V.P. Spravochnik po holodnoy shtampovke. [Tekst] / Leningrad: Mashinostroenie, 1979. – 520 s.
7. Alekseev Yu.N. Voprosyi plasticheskogo techeniya metallov. [Tekst] / Harkov: izd.HGU, 1958. – 188 s.