Іванов В.І.,
Бантковський В.А.,
Нетецький Л.Г.
Харківський національний
технічний університет
сільського господарства
ім. П. Василенка,
м. Харків, Україна
E-mail: tservic@ticom.kharkov.ua

ТЕОРЕТИЧНЕ ОБГРУНТУВАННЯ ВПЛИВУ КОРЕЛЯЦІЇ І СЕЛЕКЦІЇ НА ПІДВИЩЕННЯ ІМОВІРНОСТІ БЕЗВІДМОВНОЇ РОБОТИ СИСТЕМИ

УДК 631.3.004.67

На прикладі розрахунку ресурсу системи, яка складається з трьох елементів, показаний вплив кореляції між елементами (селекція елементів) на імовірність безвідмовної роботи системи.

***Ключові слова**: система, елемент, коефіцієнт кореляції, імовірність безвідмовної роботи, параметричні відмови, середнє значення, середньоквадратичне відхилення, закон розподілу, статистична залежність.*

Вступ. Удосконалювання складального процесу є однією з умов підвищення якості капітального ремонту та зниження його вартості. Роль способу і якості складання досить велика. Від якості складання залежить успішність приймальних випробувань, надійність під час експлуатації, ресурс машини. Найважливішою характеристикою складання є точність. Селективне складання, при якому складальний комплект утворюють деталі, попередньо відібрані за прийнятими характеристиками з числа придатних, є методом забезпечення точності, заснованим на груповій взаємозамінності.

При розгляді відомих методів забезпечення заданої точності вихідних параметрів виробу під час складання в технічній літературі і на практиці не розглянутий спосіб селективного складання машини по вузлах (уздовж машини) за прийнятими характеристиками і з урахуванням кореляції параметрів їх елементів. Послідовність комплектування системи з параметрами, що корельовано, може вплинути на її надійність.

Основна частина. Розглянемо систему, яка складається з двох послідовно з'єднаних елементів, що корельовано. Елементи відмовляють за параметричними відмовами. Параметри U_1 і U_2 характеризуються нормальними законами розподілу. Числові характеристики нормальних законів: середнє значення $\overline{U_1}, \overline{U_2}$, середньоквадратичні відхилення $\sigma_{U_1}, \sigma_{U_2}$, граничні значення параметрів $\overline{U}_{1гр}$, $\overline{U}_{2гр}$. Статистична залежність між параметрами показана на рис. 1. Безумовні щільності розподілу параметрів $f_1(U_1)$ і $f_2(U_2)$ показані як розподіл проекції точок (U_1, U_2) на осі координат U_1 і U_2.

Рис. 1 - Статистична залежність між параметрами

У загальному випадку імовірність безвідмовної роботи такої системи дорівнює:

$$P=P\ (U_1<U_{1гр})\ P\ (U_2<U_{2гр}/\ U_1<U_{1гр}).$$

Тобто добутку імовірності безвідмовної роботи за параметром U_1 (імовірність того, що $U_1<U_{1гр}$) помноженої на умовну імовірність за параметром U_2 (тобто імовірність того, що $U_2<U_{2гр}$, але при умові того, що $U_1<U_{1гр}$). На рис.1 безумовні ймовірності безвідмовної роботи по кожному параметру характеризуються заштрихованими площами під функціями щільності розподілу $f_1(U_1)$ і $f_2(U_2)$. Умовну функцію розподілу можна отримати також користуючись даними на рис. 1. Для цього слід розсікти всю сукупність точок на дві групи лінією а-а і по кожній групі окремо побудувати щільності розподілів проекцій точок на ось ординат U_2. Позначимо їх $f_{21}(U_2)$ і $f_{22}(U_2)$. Щільність $f_{21}(U_2)$ є умовною (шуканою) щільністю імовірності, побудованою за тими значеннями U_2, при яких $U_1<U_{1гр}$.

Тоді імовірність:

$$P\,(U_2<U_{2гр}/U_1<U_{1гр})=\int_0^{U_{2гр}} f_{21}(U_2)dU_2.$$

Тепер імовірність безвідмовної роботи системи дорівнює:

$$R=\int_0^{U_{1гр}} f_1(U_1)\,dU_1\cdot\int_0^{U_{2гр}} f_{21}(U_2)\,dU_2\,.$$

Виразимо щільність розподілу $f_{21}(U_2)$ через початкову (безумовну) щільність розподілу $f_2(U_2)$. Оскільки $f_2(U_2)$ формується з тих же початкових даних, що і $f_{21}(U_2)$ і $f_{22}(U_2)$, то можна записати:

$$f_2(U_2)=\alpha_3\, f_{21}(U_2)+(1-\alpha_3)\, f_{22}(U_2),$$

де α – доля початкових значень (U_1, U_2), які задовольняють умові $U_1<U_{1гр}$. Вона, очевидно, дорівнює:

$$\alpha=\int_0^{U_{1гр}} f_1(U_1)\,dU_1\,.$$

Тепер маємо:

$$R=\int_0^{U_{1гр}} f_1(U_1)dU_1\int_0^{U_{2гр}}\frac{\left[f_2(U_2)-(1-\alpha)\cdot f_{22}(U_2)\right]}{\alpha}dU_2=$$

$$=\int_0^{U_{1гр}} f_1(U_1)\,dU_1\cdot\frac{\int_0^{U_{2гр}} f_2(U_2)-(1-\alpha)\int_0^{U_{2гр}} f_{22}(U_2)\,dU_2}{\int_0^{U_{2гр}} f_1(U_1)\,dU_1}=$$

$$\int_0^{U_{2гр}} f_2(U_2)\,dU_2-\left\{\left[1-\int_0^{U_{1гр}} f_1(U_1)\,dU_1\right]\left[\int_0^{U_{2гр}} f_{22}(U_2)\,dU_2\right]\right\}.$$

Використовуючи функцію Лапласа для розрахунку інтегралів, отримаємо:

$$R=F_{\text{о}}\left(\frac{U_{2гр}-\bar{U}_2}{\sigma_{U_2}}\right)-\left\{\left[1-F_{\text{о}}\left(\frac{U_{1гр}-\bar{U}_1}{\sigma_{U_1}}\right)F_{\text{о}}\left(\frac{U_{2гр}-\bar{U}_{22}}{\sigma_{U_{22}}}\right)\right]\right\}. \qquad (1)$$

Проаналізуємо отриману формулу для кількох приватних випадків.

Випадок 1. Елементи не корельовано, щільність $f_2(U_2)=f_{22}(U_2)$, тому:

$$F_{\text{о}}\left(\frac{U_{2\text{гр}}-\overline{U}_2}{\sigma_{U_2}}\right)=F_{\text{о}}\left(\frac{U_{2\text{гр}}-\overline{U}_{22}}{\sigma_{U_{22}}}\right).$$

Тоді маємо за формулою (1):

$$R=F_{\text{о}}\left(\frac{U_{2\text{гр}}-\overline{U}_2}{\sigma_{U_2}}\right)\cdot F_{\text{о}}\left(\frac{U_{1\text{гр}}-\overline{U}_1}{\sigma_{U_1}}\right). \quad (2)$$

Тобто, отримано звісний результат, при якому імовірність безвідмовної роботи для елементів, які не корельовано дорівнює добутку імовірності безвідмовної роботи для кожного елементу.

Випадок 2. Елементи корельовано коефіцієнтом кореляції, близьким до одиниці. Тоді маємо за формулою (1), враховуючи що $U_2<U_{2\text{гр}}$ і $U_{22}<U_{2\text{гр}}$:

$$F_{\text{о}}\left(\frac{U_{2\text{гр}}-\overline{U}_{22}}{\sigma_{U_{22}}}\right)=1 \text{ и } F_{\text{о}}\left(\frac{U_{2\text{гр}}-\overline{U}_2}{\sigma_{U_2}}\right)=1 \text{ и } R=F_{\text{о}}\left(\frac{U_{1\text{гр}}-\overline{U}_1}{\sigma_{U_1}}\right) \quad (3)$$

Тобто, імовірність безвідмовної роботи системи визначається імовірністю безвідмовної роботи одного елементу. В даному випадку першого. Він же є більш слабким з двох.

Випадок 3. Елементи корельовано, але більш слабким є елемент U_2. Тоді, оскільки всі $U_1<U_{1\text{гр}}$, то:

$$F_{\text{о}}\left(\frac{U_{1\text{гр}}-\overline{U}_1}{\sigma_{U_1}}\right)=1 \text{ и } R=F_{\text{о}}\left(\frac{U_{2\text{гр}}-\overline{U}_2}{\sigma_{U_2}}\right) \quad (4)$$

Тобто знову імовірність безвідмовної роботи системи дорівнює імовірності безвідмовної роботи слабкішого ланцюга.

Для проміжних значень коефіцієнту кореляції від 0 до 1 слід розрахувати функцію $F_{\text{о}}\left(\frac{U_{2\text{гр}}-\overline{U}_2}{\sigma_{U_{22}}}\right)$ за експериментальними даними.

Як бачимо, наявність суттєвої кореляції збільшує імовірність безвідмовної роботи системи порівняно з варіантом елементів, які не корельовано, оскільки вираження (2) завжди менше, чим (3) або (4).

Коефіцієнт підвищення надійності дорівнює (наприклад, для вираження (3):

$$\beta_{\max}=\frac{F_{\text{о}}\left(\frac{U_{1\text{гр}}-\overline{U}_1}{\sigma_{U_1}}\right)}{F_{\text{о}}\left(\frac{U_{2\text{гр}}-\overline{U}_2}{\sigma_{U_2}}\right)F_{\text{о}}\left(\frac{U_{1\text{гр}}-\overline{U}_1}{\sigma_{U_1}}\right)}=\frac{1}{F_{\text{о}}\left(\frac{U_{2\text{гр}}-\overline{U}_2}{\sigma_{U_2}}\right)}. \quad (5)$$

Оскільки $F_{\text{о}}(\bullet)$ змінюється в межах від 0 до 1, то $\beta=1\div\infty$.

Для N елементів узагальнюючи, отримаємо:

$$\beta_{\max}=\frac{1}{\prod\limits_{n=2}^{N}F_{\text{о}}\left(\frac{U_{n_{\text{гр}}}-\overline{U}_n}{\sigma_{Un}}\right)}.$$

Можна припустити лінійну апроксимацію залежності β від коефіцієнту кореляції r виду (при слабкому ланцюгу U_1).

$$\beta(r) = 1 + \left[\frac{1}{F_{о}\left(\frac{U_{2гр} - \bar{U}_{2}}{\sigma_{U_2}} \right)} - 1 \right] r = 1 + \left[\frac{1}{F_{о}\left(\frac{K_{2} - 1}{\nu_{2}} \right)} - 1 \right] \cdot r, \qquad (5)$$

де $K_2 = \frac{U_{2гр}}{\bar{U}_2}$ - коефіцієнт запасу; $\nu_2 = \frac{\sigma_{U_2}}{\bar{U}_2}$ - коефіцієнт варіації.

Для N елементів узагальнюючи, отримаємо:

$$\beta(r) = 1 + \left(\frac{1}{\prod_{n=2}^{N} F_{о}\left(\frac{K_{n} - 1}{\nu_{n}} \right)} - 1 \right) r.$$

З метою перевірки теорії, було проведено розрахунок ресурсу системи, яка складається з трьох елементів. У якості вихідних даних були прийняті дані про зноси робочих поверхонь деталей ведучих мостів тракторів Т-150К, що поступили у перший капітальний ремонт з рядової експлуатації.

Був проведений попередній аналіз зносів, за яким з розгляду були виключені мости зі зносом деталей, що перевищує допустиме значення 80% ресурсу. Окрім того, на підставі цього аналізу були визначені деталі, які мають найбільші, відносно граничного, зноси. Таким чином, була сформована партія з 41 мостів, у яких до розгляду були прийняті по три "слабі" деталі: шестерня ведуча головної передачі та шестерні сонячні правого і лівого бортових редукторів.

З метою прогнозування очікуваних ресурсів деталей мостів, які розглядались, був прийнятий лінійний вид реалізації зносів, що дозволяє виявити точки з координатами у будь якому перетині з заданими значеннями наробітку і зносу.

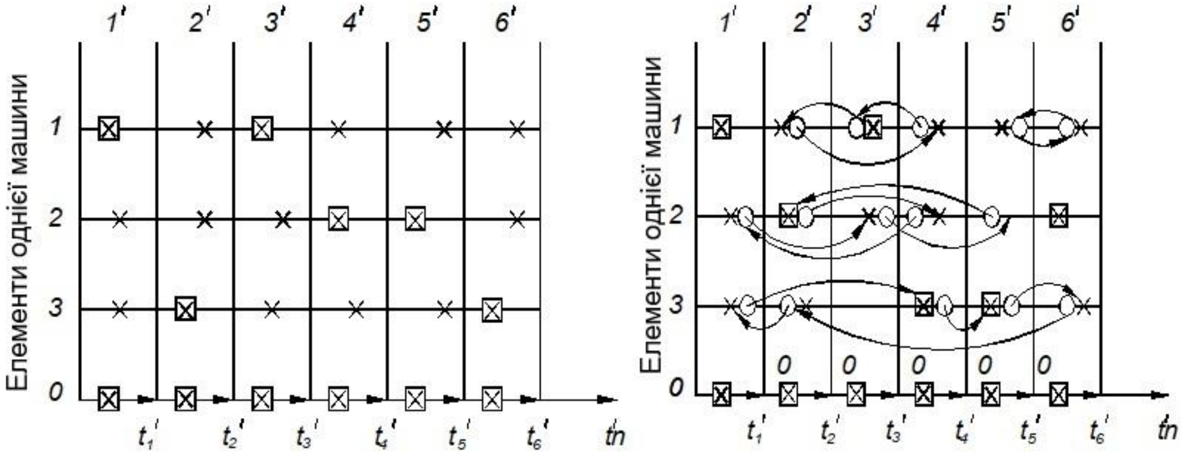
Імовірність безвідмовної роботи сформованої партії мостів визначаємо за допомогою наступного алгоритму. По-перше визначаються очікувані ресурси для кожної *i*-ї деталі моста проекцюванням відповідних точок на граничний рівень.

При цьому передбачається, що відмова деталі відбудеться при досягненні зносом граничного значення.

Після цього для кожного моста визначається деталь, яка має найменше значення очікуваного ресурсу. Цей ресурс подалі розглядається як очікуваний ресурс усього моста (система буде відмовляти як найслабкіша ланка).

На рис. 2а показано графічну ілюстрацію методу. Для розгляду взяті шість машин, кожна з яких складається з трьох елементів.

Оскільки ресурс машини є ресурсом найслабкішого елемента, у кожній машині знаходимо найслабкіший елемент і обводимо його квадратиком. У першій машині найслабкішим є елемент 1, у другій – 2 і т.д. Після чого ці елементи зносяться на ось *t* і сформована таким чином вибірка є вихідною для подальшої обробки.



а б

Рис. 2 – Схема прямого розрахунку ресурсу машини:
1' - 6' – номер машини; 1,2,3 - номер елемента у машині; 0 - очікуваний ресурс елемента до селекції;
х – очікуваний ресурс елемента після селекції; $\boxtimes$ - елемент, який має найменше значення очікуваного ресурсу

Отже, надаючи значення наробітку і порівнюючи з ним значення очікуваних ресурсів мостів, можна виявити кількість мостів, що відмовлять до цього часу, а отже, і імовірність безвідмовної роботи партії мостів, розрахованої за формулою:

$$R(t) = 1 - \frac{n}{N},$$

де n – кількість мостів, що відмовили; N – загальна кількість мостів, прийнятих до розгляду.

Таким чином, задаючи ряд значень наробітку і, визначаючи для них імовірність безвідмовної роботи, можна отримати графік емпіричної імовірності безвідмовної роботи мостів (рис. 3), а апроксимувавши методом найменших квадратів розраховані дані, виявити параметри теоретичного закону розподілу очікуваного ресурсу партії мостів.

Проводячи аналіз партії мостів прийнятої до розгляду, необхідно врахувати, що до одного й того ж мосту можуть попадати деталі з різним очікуваним ресурсом. Оскільки вихід системи з ладу виявляється за ресурсом найбільш “слабкішої” деталі, то при відмові моста і надходження його до ремонту може трапитися, що решта його деталей могла пропрацювати ще значний час. На практиці таке явище можна використати для селективного складання, при якому система комплектується деталями, які мають приблизно рівні величини зносів відносно граничного значення. В нашому випадку аналогічного ефекту можна добитися проводячи упорядкування вибірок зносів деталей мостів, прийнятих до розгляду. Тоді деталі, які мають найменший знос опиняться у одному мості, а деталі з найбільшим зносом – у другому.

Таким чином, упорядковуючи показники зносів (у порядку убування), отримаємо мости, укомплектовані деталями, що мають відповідні один одному ступені зносу. Зазначимо, що при цьому коефіцієнт кореляції зносів деталей у мостах виявиться близьким до 1 (0,97).

Схема комплектування машин деталями показана на рис. 2б. Переставимо деталі таким чином, щоб машини були укомплектовані деталями з приблизно рівними величинами очікуваних ресурсів. При цьому, найбільш “слабкіші” елементи встановлюються на першу, а найбільш “сильніші” – на шосту машину. Стрілками показаний шлях переміщення елементів при комплектуванні машин селективним способом. Після чого у кожній з машин знаходимо найслабкіший елемент, обводимо його квадратиком і зносимо на ось *t*. У сформованій таким чином виборці ресурс машин збільшується у порядку зростання. Якщо тепер обробити упорядковані дані за вище описаній методиці, то можна отримати графік імовірності безвідмовної роботи мостів для випадку ідеального селективного складання (рис. 3, графік 1).

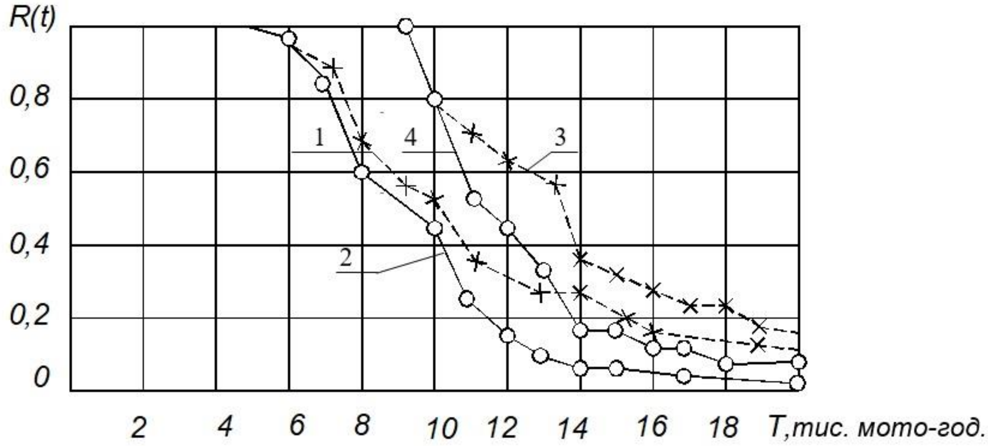


Рис. 3 – Імовірність безвідмовної роботи системи, яка складається з трьох елементів:
1 - вихідна вибірка (N=41шт.; r=1); 2 - вихідна вибірка (N=41шт.; r=0);
2′ - з повторним перемішуванням значень зносів;
3 - усічена вибірка (N=21шт.; r=1); 4 - усічена вибірка (N=21шт.; r=0).

При знеособленому складанні, тобто деталі об’єднувати у систему випадковим чином (передбачається "перемішування" значень зносів по кожній з деталей), отримаємо коефіцієнт кореляції зносів деталей у мостах близький до нуля. Обробляючи такі дані отримаємо графік імовірності безвідмовної роботи мостів для випадку знеособленого складання (рис. 3, графік 2) і з повторним "перемішуванням" значень зносів (рис. 3, графік 2′). На рис. 3 графіки 2 і 2′ практично збігаються, що засвідчує про незначну величину коефіцієнта кореляції у вихідній партії мостів.

Ефект від селективного складання можна збільшити, скорочуючи об’єм партії мостів за рахунок деталей з найбільшою величиною зносу. Виконуючі оброблення усіченої вибірки даних по зносу деталей найбільш "сильного" моста, отримаємо графіки імовірності безвідмовної роботи мостів для випадку селективного складання (рис. 3, графік 3) і знеособленого складання (рис.3, графік 4). Аналіз отриманих графіків підтверджує можливість підвищення ефекту від селективного складання. Так для 50 % ресурсу повної вибірки, зростання складає від 9 до 10 тисяч мото-часів, а для усіченої вибірки підвищення від 11 до 13 тисяч мото-часів.

Для перевірки впливу коефіцієнта кореляції на імовірність безвідмовної роботи був розроблений алгоритм, який дозволяє змінювати значення коефіцієнта кореляції шляхом перерозподілу деталей. Сутність роботи алгоритму полягає у наступному: деталі, що маємо, випадковим чином перерозподіляються по різним мостам з метою досягнення заданої корельованості значень їх зносів. Ця операція повторюється до тих пір, доки не буде отримано значення коефіцієнту кореляції, близького до заданого (± 0,05).

Отримані таким чином вибірки зносів деталей мостів мали фіксоване значення коефіцієнта варіації та значення коефіцієнта кореляції, що вимагалось. Для змінювання величини коефіцієнта запасу вибірка перераховувалась на перетин з різними значеннями наробітку t_C. Позначимо, що у зв’язку з лінійністю реалізації процесу зношування, зміщення розподілів на різні перетини t_C не призводить до змінення коефіцієнту варіації (значення середнього і середньоквадратичного відхилення змінюються пропорційно).

Використовуючи викладений алгоритм були отримані емпіричні значення залежностей коефіцієнту підвищення надійності системи від коефіцієнту кореляції її елементів. Вони були дуже близькі до теоретичних, що підтверджує правильність вибраної методики.

Література:

1. Теоретические основы технологии ремонта машин: Учебник в 3-х т. / Сидашенко А.И., Науменко А.А., Скобло Т.С. и др. / Под ред. А.И. Сидашенко, А.А. Науменко. Том 1. (Теория и технология производственных процессов ремонта машин) – Харьков: ХНТУСХ, 2005. – 590 с.
2. Іванов В.І., Калінін Е.І. Підвищення надійності системи методом селекції її елементів. Вісник ХНТУСГ: «Проблеми надійності машин та засобів механізації сільськогосподарського виробництва» Випуск 163, - Харків, 2015р. с.142-146.
3. Гринченко А.С. Механическая надежность мобильных машин: оценка, моделирование, контроль – Х.:Віровець А.П. «Апостроф», 2012. – 259 с.

Summary

Ivanov V., Bantkovskiy V., Netezkij L. Theoretical justification of influence of correlation and selection to increase the probability of failure-free operation of the system

For example, the resource calculation system, which consists of three elements, in effect told the correlation between items (selection items) on the probability of failure of the system.
Keywords: *system, element, koefficient correlations, probability of faultless work, self-reactance refuses, mean value, srednekvadraticheskoe rejection, distributing law, statistical dependence.*

References

1. Theoretical bases of technology of repair of machines: Textbook in 3 t. / Sidashenko A.I., Naumenko A.A., Skoblo T.S. and other / Under red. A.I. Sidashenko, A.A. Naumenko. Tom 1. (Theory and technology of production processes of repair of machines) - Kharkov: KhNTUSH, 2005. – 590 s.
2. Ivanov V.I., Kalinin E.I. Increase of failsafety by the method of selection of its elements. Announcer KHNTUSG: «Problems of reliability of machines and facilities of mechanization are salt-skogospodarskogo of production» Issue 163, - Kharkiv, 2015. s 142-146.
3. Grinchenko A. Mehanycheskaya mobylnыh reliability of machines: comments, Modeling, Control - X: Virovets AP "Apostrophe", 2012. – 259 s.