

Сметанкіна Н.В.

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного
НАН України
м.Харків, Україна
e-mail: nsmetankina@ukr.net

АНАЛІЗ МІЦНОСТІ БАГАТОШАРОВОГО ОСКЛІННЯ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ ПРИ УДАРНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

УДК 539.3:534.1

Запропоновано метод розрахунку міцності багатошарового оскління транспортних засобів при ударному навантаженні. Модель оскління базується на уточненій теорії багатошарових оболонок. Запропоновано п'ятишарове оскління, яке відповідає вимогам безпеки та надійності. Чисельні результати добре узгоджуються з експериментальними даними.

Ключові слова: багатошарове оскління, ударне навантаження, динамічна міцність, надійність.

Постановка проблеми

Багатошарові оболонки є одними з основних конструктивних елементів різноманітних конструкцій, які можуть піддаватися інтенсивним динамічним навантаженням [1, 2]. У свою чергу, розвиток транспортного машинобудування потребує удосконалення матеріалів, конструкцій і технологій виробництва оскління для наземного транспорту та авіаційної техніки [3, 4]. Одним з найбільш важливих конструктивних елементів літальних апаратів є багатошарове лобове оскління кабіни пілотів, тому що від його міцності залежить безпека екіпажа. Воно повинно задовольняти вимоги щодо ударної міцності та надійності за умови збереження своїх експлуатаційних характеристик [5, 6]. Тому розрахунок та проектування елементів оскління літальних апаратів, що відповідають зазначеним вище вимогам безпеки, є актуальною проблемою.

Аналіз публікацій за темою дослідження

У більшості випадків проектування багатошарових елементів конструкцій транспортних засобів здійснюється на основі експериментальних даних шляхом емпіричного підбору пакету шарів [7, 8]. Теоретичне обґрунтування конструкторських рішень практично відсутнє. Це пояснюється складністю розв'язання задач нестационарної динаміки багатошарових конструкцій при ударному навантаженні [8–10]. Основними методами дослідження динамічного відгуку конструкції є чисельні методи, які пов'язані з дискретизацією розглядуваної системи, наприклад, метод скінченних елементів [2, 4, 10]. Тому важливою задачею є розробка методів, які дозволяють подати розв'язок в аналітичному вигляді з урахуванням особливостей нестационарного деформування багатошарових конструкцій.

Таким чином, **невирішеною проблемою** залишається розробка ефективних методів розрахунку безпечного багатошарового оскління транспортних засобів при нестационарних силових навантаженнях.

Метою роботи є розробка методу розрахунку параметрів напружено-деформованого стану елементів багатошарового оскління транспортних засобів при впливі ударного навантаження, який дозволяє подати розв'язок задачі в аналітичному вигляді.

Математична модель ударного навантаження багатошарового оскління

Оскління розглядається як незамкнена багатошарова незамкнена циліндрична оболонка радіуса R , яка складається з I ізотропних шарів сталі товщини h_i . Оболонка займає на координатній поверхні область Ω , що обмежена межею Γ : $x_\Gamma = x(s)$, $y_\Gamma = y(s)$ (s – поточна довжина дуги). Координата x змінюється вздовж

твірної, координата y – вздовж напрямної оболонки. Додатний напрям осі Oz збігається з напрямом зовнішньої нормалі до координатної поверхні.

Ударне навантаження здійснюється за допомогою індентора масою M з напівсферичною кінцевою частиною радіуса r , який скидається з висоти H на зовнішню поверхню першого шару оболонки. Швидкість його зіткнення з оболонкою визначається за формулою

$$V_z = \sqrt{2gH},$$

де g – прискорення вільного падіння. Розглядається низькошвидкісний удар, коли деформації оболонки залишаються пружними.

Областю взаємодії індентора та оболонки є коло радіуса $a(t)$ із центром у точці з координатами (x_0, y_0) . Радіус області контакту обчислюється за формулою

$$a(t) = \left[\frac{3}{16} F(t)(\theta_1 + \theta) \right]^{1/3},$$

де

$$\theta_1 = \frac{4(1 - \nu_1^2)}{E_1}, \quad \theta = \frac{4(1 - \nu^2)}{E};$$

$F(t)$ – сила контактної взаємодії індентора й оболонки, t – час, E_1 та ν_1 – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона матеріалу першого шару оболонки, E та ν – відповідні характеристики матеріалу індентора.

Рівняння руху індентора має вигляд

$$M z_{,tt} = M g - F(t), \quad z(0) = 0, \quad z_{,t}(0) = V_z, \quad (1)$$

де $z = z(t)$ – переміщення індентора.

Умова сумісності переміщення індентора й оболонки записується як

$$w_0 + \alpha_c - z = 0, \quad (2)$$

де α_c – контактне зближення індентора й оболонки в точці дотику (x_0, y_0) ,

$$\alpha_c = \kappa_1 F^{2/3}(t), \quad \kappa_1 = \left[\frac{9(\theta_1 + \theta)^2}{256r} \right]^{1/3},$$

$w_0 = w(x_0, y_0, t)$ – прогин зовнішньої поверхні першого шару оболонки в точці (x_0, y_0) .

Метод розв'язання

Динамічна поведінка оскління описується на основі кінематичних гіпотез, які враховують деформації поперечного зсуву, обтиснення вздовж товщини та інерції обертання нормального елемента у межах кожного шару,

$$u_k^i = u_k + \sum_{j=1}^{i-1} h_j u_{3+I(k-1)+j} + (z - \delta_{i-1}) u_{3+I(k-1)+i}, \quad k = 1, 2, 3, \quad i = \overline{1, I}, \quad (3)$$

де $\delta_i = \sum_{j=1}^i h_j$, $\delta_{i-1} \leq z \leq \delta_i$; $u_k = u_k(x, y, t)$ ($k = 1, 2, 3$) – переміщення точки координатної

поверхні в напрямку координатних осей; $u_{3+I(k-1)+i} = u_{3+I(k-1)+i}(x, y, t)$ ($k = 1, 2$) – кути повороту нормального елемента в i -му шарі навколо координатних осей Ox і Oy ; $u_{3+2I+i} = u_{3+2I+i}(x, y, t)$ – обчислення нормального елемента в i -му шарі.

З варіаційного принципу [11] одержимо рівняння руху оболонки під впливом ударного навантаження \mathbf{P}

$$[\mathbf{\Omega}^p] \mathbf{U}_{,tt} - [\mathbf{\Lambda}] \mathbf{U} = \mathbf{P}, \quad (x, y) \in \Omega, \quad \mathbf{U} = \mathbf{U}_{,t} = 0, \quad t = 0, \quad (4)$$

і систему граничних умов на межі Γ

$$[\mathbf{B}^\Gamma] \mathbf{U} = \mathbf{P}^\Gamma, \quad (x, y) \in \Gamma, \quad (5)$$

де $[\mathbf{\Omega}^p]$ та $[\mathbf{\Lambda}]$ – симетричні матриці; $\mathbf{U} = \{u_j(x, y, t)\}$, $\mathbf{P}^\Gamma = \{p_j^\Gamma(x, y, t)\}$, $\mathbf{P} = \{p_j(x, y, t)\}$, $p_j = 0, j \neq 3$, $p_3 = p_z(x, y, t)$; p_z – контактний тиск, $B_{ij}^\Gamma = \chi_i^1 B_{ij}^u + \chi_i^2 B_{ij}^\sigma$, $i, j = \overline{1, 3I+3}$.

Вигляд елементів матриці $[\mathbf{B}^\Gamma]$ та вектора граничних навантажень \mathbf{P}^Γ залежить від граничних умов на межі оболонки.

Метод розв'язання задачі (4), (5) базується на методі занурення заданої складної області в область канонічної форми [12]. Вихідна оболонка занурюється у допоміжну оболонку, форма і граничні умови якої обираються таким чином, щоб розв'язок задачі можна було одержати у аналітичній формі. Розв'язок має найбільш простий вигляд, якщо як допоміжну обрати прямокутну в плані шарнірно оперту оболонку. Тоді розв'язок вихідної задачі можна записати у вигляді розвинень у тригонометричні ряди по функціях, що задовольняють граничні умови шарнірного опирання.

Щоб забезпечити виконання вихідних граничних умов (5), до допоміжної оболонки додаються додаткові компенсуючі навантаження $\mathbf{Q}^{\text{comp}} = \{q_j^{\text{comp}}(x, y, t)\}$, $j = \overline{1, 3I+3}$, які неперервно розподілені вздовж межі Γ . Таким чином, задача про коливання оболонки складної форми з довільними граничними умовами зводиться до задачі про коливання прямокутної в плані шарнірно опертої оболонки. Компенсуючі навантаження входять у рівняння руху допоміжної оболонки у вигляді таких інтегральних співвідношень:

$$p_j^{\text{comp}}(x, y, t) = \sum_{k=1}^{3I+3} \oint_{\Gamma} \zeta_{jk} q_k^{\text{comp}}(s, t) \delta(x - x_\Gamma, y - y_\Gamma) ds, \quad j, k = \overline{1, 3I+3},$$

де $\delta(x - x_\Gamma, y - y_\Gamma)$ – двовимірний δ -функція.

З умови задоволення вихідних граничних умов на межі Γ (5) формується система інтегральних рівнянь, з якої визначаються невідомі компенсуючі навантаження,

$$[\mathbf{B}^\Gamma] \mathbf{U}[\mathbf{Q}^{\text{comp}}(x, y, t)] = \mathbf{P}^\Gamma, \quad (x, y) \in \Gamma. \quad (6)$$

Метод розв'язання системи (6) полягає у тому, що функції переміщень (3), заданих і компенсуючих навантажень розвиваються в подвійні тригонометричні ряди по функціях, що задовольняють граничні умови допоміжної оболонки,

$$u_j(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{jmn}(t) C_{jmn}(x, y), \quad p_j(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{jmn}(t) C_{jmn}(x, y),$$

$$p_j^{\text{comp}}(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{jmn}^{\text{comp}}(t) C_{jmn}(x, y), \quad j = \overline{1, 3I+3},$$

де

$$C_{1mn} = \cos \frac{m\pi x}{A} \sin \frac{n\pi y}{B}, \quad C_{2mn} = \sin \frac{m\pi x}{A} \cos \frac{n\pi y}{B}, \quad C_{3mn} = \sin \frac{m\pi x}{A} \sin \frac{n\pi y}{B},$$

$$C_{3+i mn} = C_{1mn}, \quad C_{3+I+i mn} = C_{2mn}, \quad C_{3+2I+i mn} = C_{3mn},$$

$$p_{jmn}^{\text{comp}}(t) = \frac{4}{AB} \int_0^A \int_0^B p_j(t) C_{jmn}(x, y) dx dy, \quad p_{jmn}^{\text{comp}}(t) = \frac{4}{AB} \sum_{k=1}^{3I+3} \oint_{\Gamma} \zeta_{jk} q_k^{\text{comp}}(s, t) C_{jmn}(x_{\Gamma}, y_{\Gamma}) ds;$$

$$j = \overline{1, 3I+3}, \quad i = \overline{1, I}, \quad m = \overline{1, m^*}, \quad n = \overline{1, n^*};$$

де A – довжина твірної, B – довжина напрямної допоміжної оболонки.

Розв'язок рівняння руху індентора (1) одержимо за допомогою інтегрального перетворення Лапласа. Далі функції компенсуючих навантажень розвиваються в ряд уздовж межі Γ

$$q_j^{\text{comp}}(s, t) = \sum_{\alpha=1,2} \sum_{\mu=0}^{\infty} q_{j\alpha\mu}(t) b_{\alpha\mu}(s), \quad j = \overline{1, 3I+3}, \quad (7)$$

де

$$b_{1\mu} = \sin [\mu\gamma(s)], \quad b_{2\mu} = \cos [\mu\gamma(s)], \quad \gamma(s) = 2\pi \int_0^s d\tilde{s} / \oint_{\Gamma} d\tilde{s}, \quad 0 \leq \gamma(s) \leq 2\pi, \quad \mu = \overline{0, \mu^*}.$$

Граничні функції, що входять у вихідні граничні умови на межі Γ (5), також розвиваються в ряд уздовж межі Γ . У результаті система (6) на кожному кроці за часом перетворюється на систему лінійних алгебраїчних рівнянь щодо коефіцієнтів розвинення компенсуючих навантажень (7). Система рівнянь руху (5) перетворюється на систему звичайних диференціальних рівнянь другого порядку, яка інтегрується методом розвинення розв'язку в ряд Тейлора [12]. Таким чином, після обчислення компенсуючих навантажень розв'язок задачі набуває вигляду

$$u_j(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{AB} \sum_{k=1}^{3I+3} \pi_{jk}^{mn} \sum_{l=1}^{3I+3} \sum_{\alpha=1,2} \sum_{\mu=0}^{\infty} \theta_{kl\alpha\mu}^{mn} q_{l\alpha\mu}(t) + \varepsilon_{jmn}(t) \right) C_{jmn}(x, y), \quad j = \overline{1, 3I+3},$$

де π_{jk}^{mn} , $\theta_{kl\alpha\mu}^{mn}$, ε_{jmn} – елементи матриць, отриманих у результаті чисельних перетворень.

Після обчислення компенсуючих навантажень, визначаються переміщення (3), деформації і напруження у шарах вихідної оболонки.

Чисельне дослідження міцності оскління

З метою підтвердження вірогідності чисельних результатів проведено порівняння розрахункових і експериментальних даних для п'ятишарового елемента оскління при ударі сталевим індентором.

На рис. 1 наведено розрахункову схему вільно опертого елемента оскління і позначена точка C , у якій досліджувалися деформації. Геометричні параметри елемента оскління є такими: $l_1 = 0,36$ м, $l_2 = 0,39$ м, $l_3 = 0,34$ м, $l_4 = 0,45$ м, $R_i = 0,04$ м, $i = \overline{1, 4}$;

$R = 1,1$ м, $h_1 = 5$ мм, $h_2 = 3$ мм, $h_3 = 15$ мм, $h_3 = 2$ мм, $h_5 = 20$ мм. Шари мають такі механічні характеристики: $E_i = 6,12 \cdot 10^4$ МПа, $i = 1, 3, 5$, $E_i = 280$ МПа, $i = 2, 4$ (модулі пружності); $\nu_i = 0,22$, $i = 1, 3, 5$, $\nu_i = 0,39$, $i = 2, 4$ (коефіцієнти Пуассона); $\rho_i = 2500$ кг/м³, $i = 1, 3, 5$, $\rho_i = 1200$ кг/м³, $i = 2, 4$ (густини матеріалів шарів).

Маса індентора становить 0,8 кг, радіус головної частини 30 мм, висота скидання 1 м. Удар завдається по зовнішній поверхні першого шару в точку C . Напруження обчислюються та вимірюються у точці з такими ж координатами на зовнішній поверхні п'ятого шару оскління.

На рис. 2 показано теоретичну (суцільна лінія) й експериментальну (штрихпунктирна лінія) залежності нормального напруження σ_x^5 від часу на зовнішній поверхні оскління. Крок за часом становив $\Delta t = 16$ мкс. Експериментальні дані одержані методом динамічної широкополосової тензометрії [11, 12].

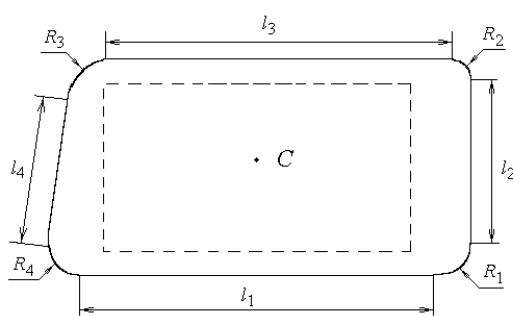


Рис. 1 – Схема елемента оскління

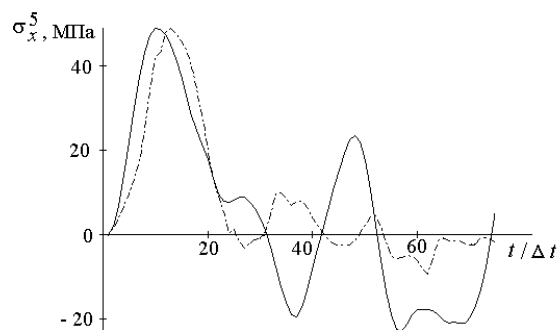


Рис. 2 – Змінення напруження у часі

Видно, що розрахункові й експериментальні дані добре узгоджуються між собою, що підтверджує вірогідність результатів розрахунку, які одержані за допомогою розробленого методу. Максимальне значення напруження не перевищило допустимого значення, що дозволяє рекомендувати розглядуване оскління для подальшого практичного впровадження.

Висновки й перспективи подальших досліджень

На основі уточненої теорії розроблено аналітико-чисельний метод розрахунку на динамічну міцність багатошарового оскління транспортних засобів при ударі твердим тілом. Можливості методу проілюстровані на прикладі розрахунку напружень у п'ятишаровому елементі оскління при ударі індентором з напівсферичною кінцевою частиною. Добре узгодження теоретичних і експериментальних даних підтвердило вірогідність результатів, одержаних за допомогою запропонованого методу.

Розроблений метод може бути використаний при проектуванні безпечного багатошарового оскління військової техніки та літальних апаратів з урахуванням оцінки закономірностей пошкодження, тривалої міцності та характеру руйнування елементів оскління за умов експлуатаційного та аварійного динамічного навантаження.

Література

1. Abrate S. Transient response of beams, plates, and shells to impulsive loads / S. Abrate // Mech. Syst. Control. – 2007. – Vol. 9. – P. 107-116.
2. Tessler A. Refined zigzag theory for homogeneous, laminated composite, and sandwich beams derived from Reissner's mixed variational principle / A. Tessler // Meccanica. –

2015. – Vol. 50, № 10. – P. 2621-2648.
3. Smojver I. Bird strike damage analysis in aircraft structures using Abaqus Explicit and coupled Eulerian Lagrangian approach / I. Smojver, D. Ivancevic // Composites Science and Technology. – 2011. – Vol. 71, № 4. – P. 489-498.
 4. Heimbs S. Computational methods for bird strike simulations: a review / S. Heimbs // Computers and Structures. – 2011. – Vol. 89, № 23 – 24. – P. 2093-2112.
 5. Shupikov A.N. Bird dummy for investigating the bird-strike resistance of aircraft components / A.N. Shupikov, S.V. Ugrimov, N.V. Smetankina, V.G. Yareschenko // J. of Aircraft. – 2013. – Vol. 50, № 3. – P. 817-826.
 6. Heimbs S. A numerical method for blast shock wave analysis of missile launch from aircraft / S. Heimbs, J. Ritzer, J. Markmiller // Int. J. of Aerospace Engineering. – 2015. – Vol. 2015. – P. 1-8.
 7. Juhachi O. Dynamic fracture experiment of laminated glass and its considerations / O. Juha-chi, K. Sotoaki, K. Michitaka, K. Masashi, I. Makoto // Trans. JSME. Ser. A. – 1990. – Vol. 56, № 524. – P. 924-929.
 8. Yang J. Experimental and FEM study of windshield subjected to high speed bird impact / J. Yang, X. Cai, C. Wu // Acta Mechanica Sinica. – 2003. – Vol. 19, № 6. – P. 543-550.
 9. Smetankina N.V. Dynamic response of an elliptic plate to impact loading. Theory and experiment / N.V. Smetankina, A.N. Shupikov, S.Yu. Sotrikhin, V.G. Yareschenko // Int. J. Impact Eng. – 2007. – Vol. 34, № 2. – P. 264-276.
 10. Jones N. Structural impact / N. Jones. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1989. – 320 p.
 11. Smetankina N.V. A noncanonically-shape laminated plate subjected to impact loading. Theory and experiment / N.V. Smetankina, A.N. Shupikov, S.Yu. Sotrikhin, V.G. Yareschenko // Trans. ASME. J. Applied Mechanics. – 2008. – Vol. 75, № 5. – P. 051004-1–051004-9.
 12. Сметанкина Н.В. Нестационарное деформирование, термоупругость и оптимизация многослойных пластин и цилиндрических оболочек / Н.В. Сметанкина. – Харьков: Изд-во «Міськдрук», 2011. – 376 с.

Summary

Smetankina N.V. Strength analysis of multilayer glazing of vehicles at impact loading

The paper presents an effective analytical method for investigation of dynamical strength of a multilayer glazing for flight and land vehicles.

The multilayer glazing is considered as a constant-thickness non-closed cylindrical multilayer shell. In the coordinate surface, it occupies the complex domain limited by the boundary Γ . An indenter with a semispherical end is dropped onto the shell from some height. Contact approach is found by solving Hertzian problem on ball indentation into an elastic semispace. The behaviour of the multilayer shell is described by the first-order theory accounting for transverse shear strain, thickness reduction and normal element rotation inertia in each layer. The equations of motion of the shell affected by impact load, well as the respective boundary conditions are derived by the variational principle.

The analytical solution of the problem is obtained by the immersion method. According to this method, a non-closed cylindrical multilayer shell is immersed into an auxiliary enveloping cylindrical shell with the same composition of layers. To satisfy actual boundary conditions, additional distributed compensating loads, the intensity of which are to be found, are applied to the auxiliary shell over the boundary Γ . Displacements and loads are expanded in the auxiliary shell

domain in trigonometric series for functions satisfying simply supported conditions. The compensating loads are expanded into a series along the boundary Γ .

The method potentialities are demonstrated by calculating the stresses in a five-layer glazing. Experiments are based on the dynamic wide-range strain measurement technique. A good match of theoretical and experimental results confirms the feasibility and effectiveness of the method offered.

Keywords: *multilayer glazing, impact loading, dynamical strength, reliability.*

References

1. Abrate S. Transient response of beams, plates, and shells to impulsive loads / S. Abrate // *Mech. Syst. Control.* – 2007. – Vol. 9. – P. 107-116.
2. Tessler A. Refined zigzag theory for homogeneous, laminated composite, and sandwich beams derived from Reissner's mixed variational principle / A. Tessler // *Meccanica.* – 2015. – Vol. 50, № 10. – P. 2621-2648.
3. Smojver I. Bird strike damage analysis in aircraft structures using Abaqus Explicit and coupled Eulerian Lagrangian approach / I. Smojver, D. Ivancevic // *Composites Science and Technology.* – 2011. – Vol. 71, № 4. – P. 489-498.
4. Heimbs S. Computational methods for bird strike simulations: a review / S. Heimbs // *Computers and Structures.* – 2011. – Vol. 89, № 23 – 24. – P. 2093-2112.
5. Shupikov A.N. Bird dummy for investigating the bird-strike resistance of aircraft components / A.N. Shupikov, S.V. Ugrimov, N.V. Smetankina, V.G. Yareschenko // *J. of Aircraft.* – 2013. – Vol. 50, № 3. – P. 817-826.
6. Heimbs S. A numerical method for blast shock wave analysis of missile launch from aircraft / S. Heimbs, J. Ritzer, J. Markmiller // *Int. J. of Aerospace Engineering.* – 2015. – Vol. 2015. – P. 1-8.
7. Juhachi O. Dynamic fracture experiment of laminated glass and its considerations / O. Juhachi, K. Sotoaki, K. Michitaka, K. Masashi, I. Makoto // *Trans. JSME. Ser. A.* – 1990. – Vol. 56, № 524. – P. 924-929.
8. Yang J. Experimental and FEM study of windshield subjected to high speed bird impact / J. Yang, X. Cai, C. Wu // *Acta Mechanica Sinica.* – 2003. – Vol. 19, № 6. – P. 543-550.
9. Smetankina N.V. Dynamic response of an elliptic plate to impact loading. Theory and experiment / N.V. Smetankina, A.N. Shupikov, S.Yu. Sotrikin, V.G. Yareschenko // *Int. J. Impact Eng.* – 2007. – Vol. 34, № 2. – P. 264-276.
10. Jones N. *Structural impact* / N. Jones. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1989. – 320 p.
11. Smetankina N.V. A noncanonically-shape laminated plate subjected to impact loading. Theory and experiment / N.V. Smetankina, A.N. Shupikov, S.Yu. Sotrikin, V.G. Yareschenko // *Trans. ASME. J. Applied Mechanics.* – 2008. – Vol. 75, № 5. – P. 051004-1–051004-9.
12. Smetankina N.V. Nestacionarnoe deformirovanie, termouprugost' i optimizacija mnogoslojnyh plastin i cilindricheskih obolochek / N.V. Smetankina – Harkov: Mis'kdruk, 2011. – 376 s.